

Anbefalte oppgaver uke 9

Våren 2021

De fleste av oppgavene er hentet fra læreboken Calculus 2, 9.utgave av Adams og Essex.

Opgaver til plenumsregning

1 Finn massesenteret til kuben $0 \leq x, y, z \leq 1$ med massetetthet gitt ved $\rho = x^2 + y^2 + z^2$.

2 Finn volumet av legemet gitt ved

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1.$$

3 Gjør om de kartesiske koordinatene $(2, -2, 1)$ til sylindriske koordinater og kulekoordinater.

4 La T være området i rommet som ligger innenfor sylindringen $x^2 + y^2 = 1$ og mellom $z = 0$ og $z = (x^2 + y^2)^{3/2}$. Regn ut

$$\iiint_T 3e^z \sqrt{x^2 + y^2} dV.$$

5 Finn volumet av området i \mathbb{R}^3 gitt ved ulikhetene:

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \quad 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{og} \quad 0 \leq x \leq y.$$

Opgaver med løsningsforslag

14.6.1 Finn volumet inne i kjeglen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ og inne i sfæren $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

14.6.15 Finn $\iiint_R z dV$ over området R gitt ved $x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{2 - (x^2 + y^2)}$.

14.7.18 Finn massesenteret til en kube $0 \leq x, y, z \leq a$ med tettheten $\rho = x^2 + y^2 + z^2$.

Eksamen S2008, Oppg. 6a) La T være området i rommet gitt ved

$$T: x^2 + y^2 + z^2 \leq 4.$$

Flaten gitt ved

$$3x^2 - y^2 = 0, \quad x \geq 0$$

deler området T i to deler, T_1 og T_2 der T_1 er den minste delen. Finn volumet V av T_1 .

Eksamen S2002, Oppg. 3) Bytt integrasjonsrekkefølgen i trippelintegralet

$$\int_0^1 \int_0^x \int_0^{\sqrt{xy}} f(x, y, z) dz dy dx$$

til $dy dx dz$.

Kjente formler Bruk trippelintegraler til å utlede de kjente formlene for volumet av:

- sylinder med radius r og høyde h ;
- kule med radius R ;
- kjegle med høyde h og radius r .

Sammenlikn med den tilsvarende oppgaven fra uke 8.