TMA4105 Matematikk 2

Anbefalte oppgaver uke 5

Våren 2021

De fleste av oppgavene er hentet fra lærerboken Calculus 2, 9.utgave av Adams og Essex.

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ Beregn $\dfrac{\partial z}{\partial t}$ på to forskjellige måter når

$$\begin{aligned} z &= e^{xy} \\ x(t) &= 3t^2 \\ y(t) &= t^3. \end{aligned}$$

$\boxed{2}$ Bruk en passende linearisering for å finne en tilnærmet verdi for funksjonen

$$f(x,y) = \sin(\pi xy + \ln y)$$

i punktet $(0.01, 1.05)$.

$\boxed{3}$ La f være funksjonen gitt ved $f(x,y,z) = xyz$, og la $\mathbf{v}$ være en vektor som står vinkelrett både på $\mathbf{a} = \mathbf{j} + \mathbf{k}$ og $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$, og som har positiv $\mathbf{k}$-komponent. Finn den retningsderiverte av f i punktet $P_0(1,-1,2)$ i retningen til vektoren $\mathbf{v}$.

$\boxed{4}$ Finn en ligning for tangentplanet til flaten $z^2 = x^2 + 2y^2$ i punktet $P = (1,2,3)$. Hvilke andre punkter på flaten har det samme tangentplanet?

$\boxed{5}$ Finn $\nabla f(a,b)$ for den deriverbare funksjonen $f(x,y)$ gitt de retningsderiverte

$$\begin{aligned} D_{\frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}}{\sqrt{2}}} f(a,b) &= 3\sqrt{2} \\ D_{\frac{3\mathbf{i}-4\mathbf{j}}{5}} f(a,b) &= 5. \end{aligned}$$

Oppgaver med løsningsforslag

$\boxed{\text{Kontinuitet}}$ Anta at $f = f(\mathbf{x})$ er kontinuerlig deriverbar i $\mathbf{a}$. Vis at f er kontinuerlig i $\mathbf{a}$.

$\boxed{12.5.3}$ Bruk kjerneregelen til å finne

$$\frac{\partial z}{\partial u}$$

hvis $z = g(x,y)$ der $y = f(x), x = h(u,v)$.

$\boxed{12.6.1}$ Bruk en passende linearisering til å finne en approksimert verdi til funksjonen

$$f(x,y) = x^2 y^3$$

i punktet $(3.1, 0.9)$.

$\boxed{12.6.17}$ Finn Jacobimatrisen til transformasjonen $\mathbf{f}(r, \theta) = (x, y)$ der

$$x = r\cos\theta, \qquad y = r\sin\theta.$$

$\boxed{12.7.17}$ I hvilken retning har funksjonen $f(x, y) = xy$ i punktet $(2, 0)$ endringsrate -1? Hva med -3? Hva med -2?

$\boxed{12.7.31}$ Hvis $\nabla f(x, y) = 0$ i hele disken $x^2 + y^2 < r^2$, konkluder med at f er konstant på hele disken.

$\boxed{12.8.1}$ Gitt likningen

$$xy^3 + x^4 y = 2,$$

finn $\frac{\partial x}{\partial y}$.

$\boxed{12.8.16}$ Finn determinanten til Jacobimatrisen til transformasjonavbildningen $\mathbf{f}(R, \phi, \theta) = (x, y, z)$ der

$$\begin{aligned} x &= R\sin\phi\cos\theta \\ y &= R\sin\phi\sin\theta \\ z &= R\cos\phi. \end{aligned}$$

Dette er transformasjonen for sfæriske koordinater som du kommer til å lære senere i kurset i forbindelse med multiple integraler.