TMA4105 Matematikk 2

Anbefalte oppgaver uke 14

Våren 2021

De fleste av oppgavene er hentet fra læreboken Calculus 2, 9.utgave av Adams og Essex.

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ Du blir bedt om å konstruere en rektangulær boks uten lokk. Boksen skal være mest mulig økonomisk, dvs. at den rommer mest mulig uten at du må bruke unødvendig mye materialer. Hvordan bør boksen se ut?

$\boxed{2}$ Et legeme er gitt ved ulikhetene

$$x^2 + y^2 \leq 4, \qquad \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2.$$

og har massetetthet gitt ved

$$\delta(x, y, z) = e^{z^3}.$$

Skisser legemet og finn den totale massen.

$\boxed{3}$ Gitt vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = x\cos(y^2)\mathbf{i} + (z - x^2 y \sin(y^2))\mathbf{j} + y\mathbf{k}$$

a) Finn curl $\mathbf{F}$.

b) Bestem

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}\, ds$$

der $\mathcal{C}$ er kurven med parametrisering

$$\mathbf{r}(t) = \sin t\mathbf{i} + \sin 2t\mathbf{j} + t(\pi - 2t)\mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

$\boxed{4}$ La $R \subseteq \mathbb{R}^2$ være et regulært område med rand $\mathcal{C} = \partial R$, slik at $\mathcal{C}$ er positivt orientert og består av et endelig antall enkle, glatte kurver. Vis at

$$\frac{1}{2} \oint_{\mathcal{C}} x\, dy - y\, dx$$

er arealet til R.