Anbefalte oppgaver uke 8, TMA4105 Matematikk 2, våren 2020

17. februar 2020

Nummererte oppgaver er hentet fra lærerboken *Calculus 2*, 9.utgave av Adams og Essex. *Ekstra*-delen av noen av oppgavene nedenfor er ikke inneholdt i lærerboka (men anbefales som en del av oppgavene). **Oppgaven om Gaussintegralet (under oppgaver med LF) vil bli brukt i plenumsregningen på onsdag**.

Oppgaver til plenumsregning:

- 14.4.1: bestem dobbeltintegralet

$$\iint_{x^2+y^2\leq a^2} (x^2+y^2)\, dA.$$

  Ekstra: hva har du regnet ut? Bruk dette til å finne volumet av området begrenset av (den elliptiske) paraboloiden $z = x^2 + y^2$ og planet $z = 4$.

- 14.4.17: for hvilke verdier av k konvergerer integralet? I tilfellet av konvergens, regn også ut integralet.

$$\iint_{x^2+y^2\leq 1} \frac{1}{(x^2+y^2)^k}\, dA \qquad ?$$

  Svaret skal begrunnes.

- **Volumbetraktning**: betrakt flaten $z = f(x,y) = e^{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}}$ og la E betegne området $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ i planet. Beregn volumet under grafen til z over E.

- 14.5.13: beregn trippelintegralet:

$$\iiint_{\mathbb{R}^3} e^{-x^2-2y^2-3z^2}\, dV.$$

  Hint: du kan få bruk for Gaussintegralet $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}$.

- 14.5.27: bestem trippelintegralet:

$$\int_0^1 \int_z^1 \int_0^x e^{x^3}\, dy\, dx\, dz.$$

Oppgaver med løsningsforslag:

- **Gaussintegralet**: vis (det meget viktige) Gaussintegralet

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}.$$

  Dette ble gjennomgått i OF og vil også bli brukt i plenumsregningen på onsdag.

- Eksamen sommeren 2010, oppgave 3.

- 14.4.7: beregn dobbeltintegralet:

$$\iint_Q y \, dA$$

der Q er kvartdisken gitt ved $x \geq 0, y \geq 0$ og $x^2 + y^2 \leq a^2$.

- Eksamen våren 2016, oppgave 7.

- 14.5.29: definer gjennomsnittverdien til en integrerbar funksjon $f = f(x, y, z)$ over et område R i rommet. Finn så gjennomsnittverdien til $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ over kuben $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$.

- **Kjente formler:** bruk dobbeltintegraler for å utlede de kjente formlene for volumet av:
  - en sylinder med høyde h og radius r;
  - en kule med radius R;
  - en kjegle med høyde h og radius r.

- **Areal innesluttet av polarkurver og ellipser**: bruk polarkoordinater som variabelskifte og transformasjonsformelen for to variable til å utlede arealformelen for et område innesluttet av en polarkurve $r = f(\theta)$ som du lærte i uke 2. Bruk tilsvarende idé med bruk av variabelskifte til å finne arealet innesluttet av ellipsen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

- Eksamen våren 2015, oppgave 8.