# Anbefalte oppgaver uke 4, TMA4105 Matematikk 2, våren 2020

20. januar 2020

Nummererte oppgaver er hentet fra lærerboken *Calculus 2*, 9.utgave av Adams og Essex.

## Oppgaver til plenumsregning:

- 10.5.12: Identifiser flaten representert ved likningen $y = z^2$ og skisser den.
- 12.2.13: Betrakt
$$f(x,y) = \frac{x^2 + y^2 - x^3y^3}{x^2 + y^2}$$
for $(x,y) \neq 0$. Bestem $f(0,0)$ slik at $f$ er kontinuerlig i hele planet.
- 12.3.7: Finn alle førsteordens partielle deriverte til
$$f(x,y) = \sin(x\sqrt{y})$$
og evaluer disse i punktet $(\pi/3, 4)$.
- **Kontinuitet av sammensatte funksjoner**: Anta at $f$ er en funksjon av $n$ variable og at $g$ er en funksjon av én variabel, slik at sammensetningen $h := g \circ f$ definert ved $h(\mathbf{x}) = g(f(\mathbf{x}))$ er definert for alle $\mathbf{x}$ i definisjonsmengden $D_f$ til $f$. Anta videre at $f$ er kontinuerlig i $\mathbf{a}$ og at $g$ er kontinuerlig i $f(\mathbf{a})$. Vis at da er $h$ kontinuerlig i $\mathbf{a}$. Bruk definisjonen til kontinuitet.
- 12.4.15: Anta at $u = u(x,y), v = v(x,y)$ er kontinuerlige differensierbare av andre orden. Vi sier at $u$ og $v$ tilfredsstiller **Cauchy-Riemann likningene** hvis
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$$
$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$
Vis at hvis $u$ og $v$ tilfredstiller Cauchy-Riemann likningene, så er begge harmoniske: det vil si, $\Delta u = \Delta v = 0$ der Laplace operatoren $\Delta$ er gitt ved (i kartesiske koordinater): $\Delta f = f_{xx} + f_{yy}$ for en (glatt nok) funskjon $f = f(x,y)$.
- **Tangentplan og en kvadratisk flate**: Betrakt den kvadratiske flaten gitt ved $z = x^2 + 2y^2$.
  (a) Hva slags kurver får vi for $z$ lik konstant?
  (b) Hva slags kurver får vi for $y$ lik konstant?
  (c) Hva slags kurver får vi for $x$ lik konstant?
  (d) Hva slags flate er dette? Skisser den?
  (e) Finn likningen til tangentplanet i et punkt $(a,b,c)$ på flaten.

## Oppgaver med løsningsforslag:

- 10.5.10: Identifiser flaten representert ved likningen $x^2 + 4z^2 = 4$ og skisser den.
- 12.3.6: Finn alle førsteordens partielle deriverte til
$$w = \ln(1 + e^{xyz})$$
og evaluer disse i punktet $(2, 0, -1)$.
- 12.3.8: Finn alle førsteordens partielle deriverte til
$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$
og evaluer disse i punktet $(-3, 4)$.
- 12.4.1: Finn alle andreordens partielle deriverte til
$$z = x^2(1 + y^2).$$
- 12.4.11: Vis at funksjonen
$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$$
er harmonisk i hele planet untatt i origo.