Anbefalte oppgaver uke 3, TMA4105 Matematikk 2, våren 2020

14. januar 2020

Nummererte oppgaver er hentet fra lærerboken *Calculus 2*, 9.utgave av Adams og Essex.

Oppgaver til plenumsregning:

- 11.1.7: finn hastigheten, farten og akselerasjonen ved tiden t til partikkelen med posisjon $\mathbf{r}(t)$ gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (a\cos t)\mathbf{i} + (a\sin t)\mathbf{j} + (ct)\mathbf{k}.$$

  Beskriv også banen til partikkelen.

- 11.1.21: vis at hvis prikkproduktet mellom hastigheten og akselerasjonen til en partikkel i bevegelse, er positiv (eller negativ) så øker (eller synker) farten. Husk at farten er en skalarfunksjon, mens hastigheten og akselerasjonen er vektorer i hvert tidspunkt).

- **Enhetsnormal**: finn uttrykket for enhetsnormalvektoren til $\mathbf{r}(t) = e^t(\cos t, \sin t, 1)$.

- 11.3.9: parametriser kurven gitt av skjæringen mellom flatene

$$z = x^2 + y^2 \qquad \text{og} \qquad 2x - 4y - z - 1 = 0.$$

- 11.5.9: finn krumningen til den parametriske kurven

$$\begin{aligned} x &= 2 + \sqrt{2}\cos t \\ y &= 1 - \sin t \\ z &= 3 + \sin t \end{aligned}$$

  i et vilkårlig punkt t. Hva er kurven?

- Eksamen sommeren 2013, oppgave 2

- **Kun ekstra:** la $\mathcal{C}$ være romkurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = \left(\frac{t^3}{3}, \frac{t^2}{\sqrt{2}}, t\right)$$

  der $-1 \leq t \leq 1$. Finn krumningen til $\mathcal{C}$ i et vilkårlig punkt. Avgjør i hvilket punkt krumningen er størst.

Oppgaver med løsningsforslag:

- 11.1.5: finn hastigheten, farten og akselerasjonen ved tiden t til partikkelen med posisjon $\mathbf{r}(t)$ gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (t^2, -t^2, 1).$$

  Beskriv også banen til partikkelen.

- 11.1.19: En partikkel beveger seg langs en kurve $\mathbf{r} = 3u\mathbf{i} + 3u^2\mathbf{j} + 2u^3\mathbf{k}$ i en retning tilsvarende økende u og med en konstant fart lik 6. Finn hastigheten og akselerasjonen til partikkelen i punktet $(3, 3, 2)$.
- 11.3.13: finn lengden av kurven $\mathbf{r} = t^2\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$ fra $t = 0$ til $t = 1$.
- 11.4.5: vis at hvis $\kappa(s) = 0$ for alle s, så er kurven $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$, en rett linje.
- 11.5.15: finn krumningen til kurven i planet $y = e^x$ i x.