Anbefalte oppgaver uke 14, TMA4105 Matematikk 2, våren 2020

29. mars 2020

Nummererte oppgaver er hentet fra læreboken *Calculus 2*, 9.utgave av Adams og Essex.

Oppgaver til plenumsregning:

Ingen overraskelser her. Alt handler om Stokes' teorem denne uka.

- Eksamen sommeren 2019, oppgave 10: la $\mathcal{C}$ være kurven gitt ved $x^2 + z^2 = 1, y = 0$ og la $\mathcal{C}$ være orientert mot klokken sett fra positiv y-akse. Regn ut:

$$\oint_{\mathcal{C}} (4z + e^{\cos(x)})\, dx + y^4\, dy + (x + 2y)\, dz.$$

- Eksamen våren 2019, oppgave 10: la $\mathcal{C}$ være skjæringskurven mellom de to paraboloidene gitt ved $z = 10-(x-1)^2-y^2$ og $z = (x+2)^2+y^2+1$, og la $\mathcal{C}$ være orientert mot klokken sett ovenfra. Du kan bruke uten bevis at projeksjonen av $\mathcal{C}$ i xy-planet er gitt ved

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}.$$

  Vis at $\mathcal{C}$ ligger i planet $z = 3x + 7$. Regn ut:

$$\oint_{\mathcal{C}} (2z - yz)\, dx + (\cos y + z)\, dy + (x^2 + z^2 + xy)\, dz$$

- Eksamen sommeren 2018, oppgave 8 b): gitt et vektorfelt $\mathbf{F}(x, y, z) = (2xz, 0, (x-1)^2)$ og tre punkter $P_1 = (1, 0, 0), P_2 = (0, 1, 0), P_3 = (0, 0, 2)$ i $\mathbb{R}^3$. La T være tetraederet ("pyramiden") med hjørner i P_1, P_2, P_3 og $(0, 0, 0)$ og la $\hat{\mathbf{N}}$ være enhetsnormalvektoren på overflaten ∂T som peker ut av T.

b) Finn curl($\mathbf{F}$) $= \nabla \times \mathbf{F}$ og regn ut

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

der $\mathcal{C}$ er den lukkede kurven orientert mot klokken sett ovenfra som består av linjestykkene P_1P_2, P_2P_3, P_3P_1.

- Eksamen våren 2018, oppgave 8: regn ut

$$\oint_{\mathcal{C}} y^2\ dx + xy\ dy + xz\ dz$$

der $\mathcal{C}$ er skjæringsurven mellom sylinderen $x^2+y^2 = 2y$ og planet $y = z$ og $\mathcal{C}$ er orientert mot klokken sett ovenfra.

Oppgaver med løsningsforslag:

Så mange eksamensoppgaver som mulig på Stokes' teorem til du føler du har kontroll på dette!