
Plenumsregning uke 4 i TMA4105

Matematikk 2

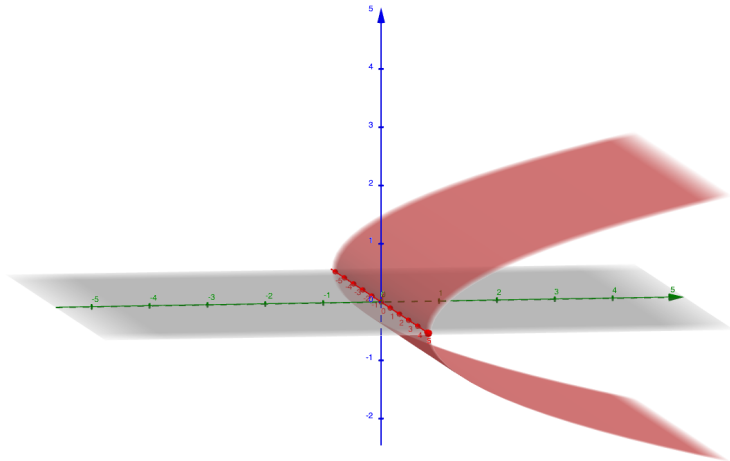
NTNU

22. januar 2020

Oppgave 10.5.12

Identifiser flaten representert ved likningen $y = z^2$ og skisser den.

Plott av flaten



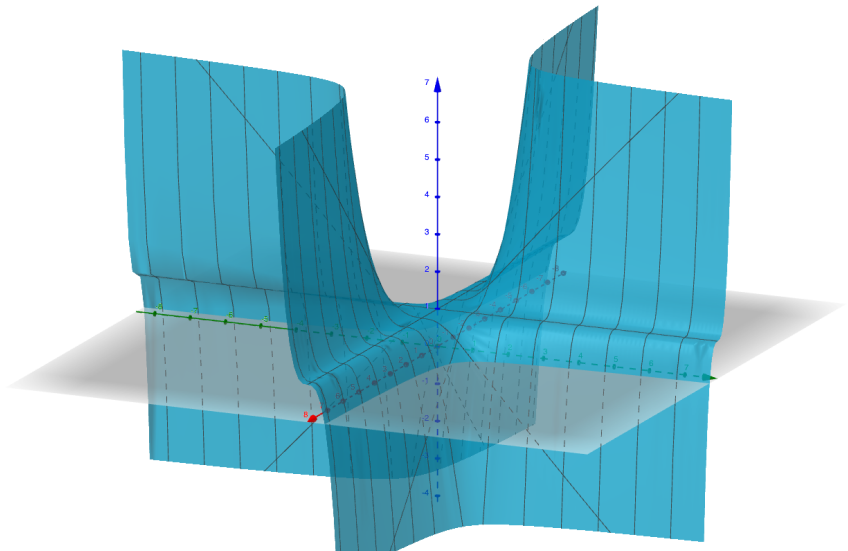
Oppgave 12.2.13

Betrakt

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - x^3y^3}{x^2 + y^2}$$

for $(x, y) \neq 0$. Bestem $f(0, 0)$ slik at f er kontinuertlig i hele planet.

Plott av $f(x, y)$



Oppgave 12.3.7

Finn alle førsteordens partielle deriverte til

$$f(x, y) = \sin(x\sqrt{y})$$

og evaluer disse i punktet $(\pi/3, 4)$.

Kontinuitet av sammensatte funksjoner

Anta at f er en funksjon av n variable og at g er en funksjon av én variabel, slik at sammensetningen $h := g \circ f$ definert ved $h(\mathbf{x}) = g(f(\mathbf{x}))$ er definert for alle \mathbf{x} i definisjonsmengden D_f til f . Anta videre at f er kontinuerlig i \mathbf{a} og at g er kontinuerlig i $f(\mathbf{a})$. Vis at da er h kontinuerlig i \mathbf{a} . Bruk definisjonen til kontinuitet.

Oppgave 12.4.15

Anta at $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ er kontinuerlige differensierbare av andre orden. Vi sier at u og v tilfredsstiller **Cauchy-Riemann likningene** hvis

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial v}{\partial x}.\end{aligned}$$

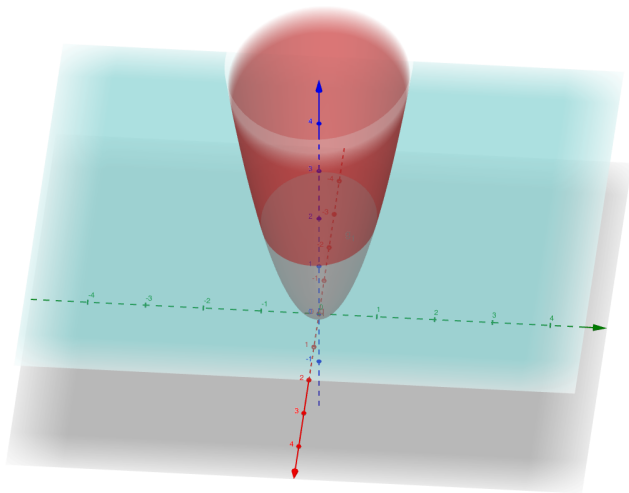
Vis at hvis u og v tilfredsstiller Cauchy-Riemann likningene, så er begge harmoniske: det vil si, $\Delta u = \Delta v = 0$ der Laplace operatoren Δ er gitt ved (i kartesiske koordinater): $\Delta f = f_{xx} + f_{yy}$ for en (glatt nok) funksjon $f = f(x, y)$.

Tangentplan og en kvadratisk flate

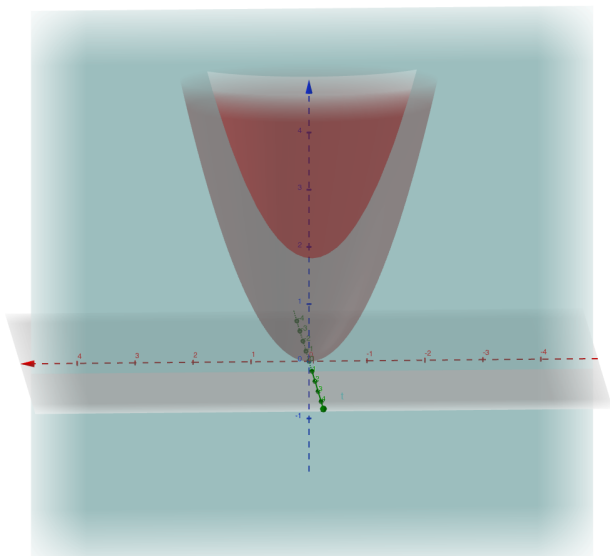
Betrakt den kvadratiske flaten gitt ved $z = x^2 + 2y^2$.

- (a) Hva slags kurver får vi for z lik konstant?
- (b) Hva slags kurver får vi for y lik konstant?
- (c) Hva slags kurver får vi for x lik konstant?
- (d) Hva slags flate er dette? Skisser den?
- (e) Finn likningen til tangentplanet i et punkt (a, b, c) på flaten.
Hva blir likningen for $a = 2, b = 1$?

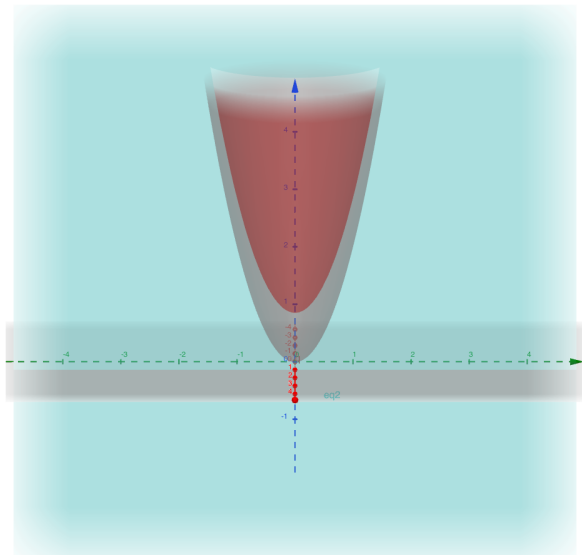
Plott av flaten snittet med planet $z = 2$



Plott av flaten snittet med planet $y = 1$



Plott av flaten snittet med planet $x = 1$



Plott av den elliptiske paraboloiden og tangentplanet til flaten i $(2, 1, 6)$

