TMA4105 Matematikk 2

Interaktiv forelesning uke 11

Våren 2020

Læringsoppgaver

$\boxed{1}$ La $\mathcal{S}$ være den triangulære flaten med hjørner $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ og $(0,0,1)$, og la $\widehat{\mathbf{N}}$ være enhetsnormalen til $\mathcal{S}$ med positiv $\mathbf{k}$-komponent. Regn ut

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS,$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x,y,z), \qquad (x,y,z) \in \mathbb{R}^3.$$

$\boxed{2}$ (Eksamen vår 2009) La $\mathcal{S}$ være den delen av paraboloiden $z = 1 - x^2 - y^2$ som ligger over planet $2x + z = 1$. Vi orienterer S ved å velge enhetsnormalvektor $\widehat{\mathbf{N}}$ med positiv z-komponent. Beregn fluksen ut av S til vektorfeltet $\mathbf{F} = \mathbf{k}$. Dvs. regn ut integralet

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS.$$

$\boxed{\text{U}}$ Flaten $\mathcal{S}$ er beskrevet ved parametriseringen $\mathbf{s}\colon D \to \mathbb{R}^3$ der

$$\mathbf{s}(r,\theta) = \big(r\cos\theta, r\sin\theta, r^2\big)$$

og

$$D = \big\{(r,\theta) \mid \sqrt{2} \le r \le \sqrt{6}, 0 \le \theta \le 2\pi\big\}.$$

Finn arealet av $\mathcal{S}$.

Möbius-oppgaver

$\boxed{1}$ Betrakt flaten gitt ved $z = \sqrt{2xy}$, med $1 \le x \le 5$ og $1 \le y \le 2$. Hva er flatens masse dersom massetettheten er gitt ved $\delta(x,y,z) = 6z$?

$\boxed{2}$ La $\mathcal{S}$ være kuleflaten som oppfyller ligningen $x^2 + y^2 + z^2 = 9^2$. Finn arealet av den delen av $\mathcal{S}$ som ligger over planet $z = 2$.