

Interaktiv forelesning uke 10

Våren 2020

Læringsoppgaver

- 1 Skisser de to vektorfeltene $\mathbf{F}_1(x, y) = -x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ og $\mathbf{F}_2(x, y) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j}$ og bestem strømlinjene (feltlinjene) til hvert av dem. Finn en potensialfunksjon for hvert av dem dersom det går an.
- 2 Finn en parameterfremstilling for skjæringslinjen mellom de to planene

$$x - y + z = 0 \text{ og } x + y + 2z = 0.$$

Bestem linjeintegralet $\int_C x^2 ds$ der C er den delen av skjæringslinjen beskrevet ovenfor som går fra punktet $(0, 0, 0)$ til punktet $(6, 2, -4)$.

- U La vektorfeltet \mathbf{F} være gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (6y, 6x, 8z^2)$ for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

- a) Avgjør om \mathbf{F} er et konservativt vektorfelt ved å forsøke å finne en potensialfunksjon φ .
- b) La C være kurven parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ der $0 \leq t \leq \pi$. Regn ut

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

- c) Regn ut

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r}$$

der vektorfeltet \mathbf{H} er gitt ved $\mathbf{H}(x, y, z) = (0, x, 0)$ for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

- d) Bruk resultatene ovenfor til å regne ut

$$\int_C \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$$

der vektorfeltet \mathbf{G} er gitt ved $\mathbf{G}(x, y, z) = (6y, 5x, 8z^2)$ for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

Möbius-oppgaver

- 1 En tråd ligger langs kurven parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$$

der $0 \leq t \leq 2\pi$. Hva er trådens masse hvis dens massetetthet er gitt ved $\delta(x, y, z) = z$?

- 2 La vektorfeltet \mathbf{F} være gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (11z, 4y, 2x)$ for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Regn ut integralet

$$\int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

der kurven Γ er gitt ved $\mathbf{r}(t) = (t, t^2, t^3)$ for $0 \leq t \leq 2$.