

Velkommen
til
interaktive forelesninger
i
Matematikk 2

Dagens tema

- Vektorfelt

Temavideo # 20

- Konservative vektorfelt og potensialfunksjoner

Temavideo # 21

- Linjeintegral

Temavideo # 22

MA-oppgave 1

Hint 1

Massen er gitt ved linjeintegralet

$$\int_C \delta(x, y, z) ds.$$

Hint 2

Vi bruker omskrivningen

$$\int_0^{2\pi} \delta(\mathbf{r}(t)) |\mathbf{r}'(t)| dt.$$

MA-oppgave 1

Løsningsforslag

MA-oppgave 2

Hint 1

Arbeidet utført av \mathbf{F} er gitt ved linjeintegralet

$$\int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{T}} \, ds = \int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

Hint 2

Vi bruker omskrivningen

$$\int_0^2 \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) \, dt.$$

MA-oppgave 2

Løsningsforslag

Læringsoppgave 1

Hint 1

Tenk bare på selve retningen i skissen av vektorfeltene.

Hint 2

Strømlinjer: Hvis strømlinjen har parametrisering

$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$, er dens tangentvektor $\mathbf{r}'(t)$ parallell med $\mathbf{F}(\mathbf{r}(t))$ for alle t .

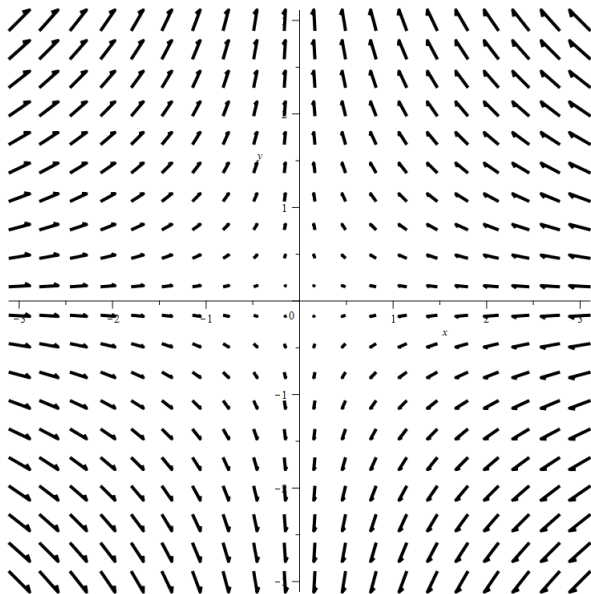
Hint 3

Potensialfunksjon: En funksjon φ slik at $\mathbf{F} = \nabla\varphi$.

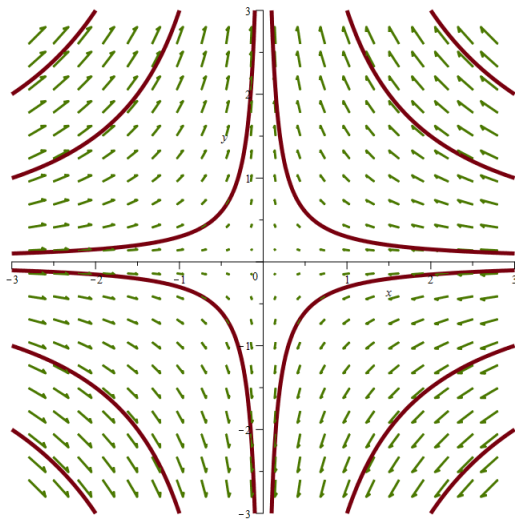
Hint 4

La $\mathbf{F} = (F_1, F_2)$. $\mathbf{F} = \nabla\varphi \implies \frac{\partial}{\partial y} F_1 = \frac{\partial}{\partial x} F_2$.

Læringsoppgave 1

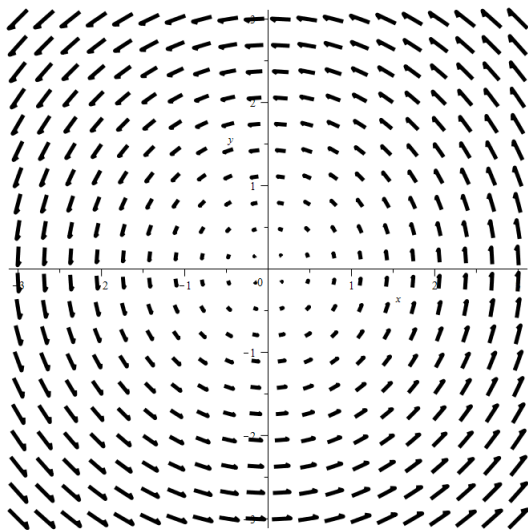


Læringsoppgave 1

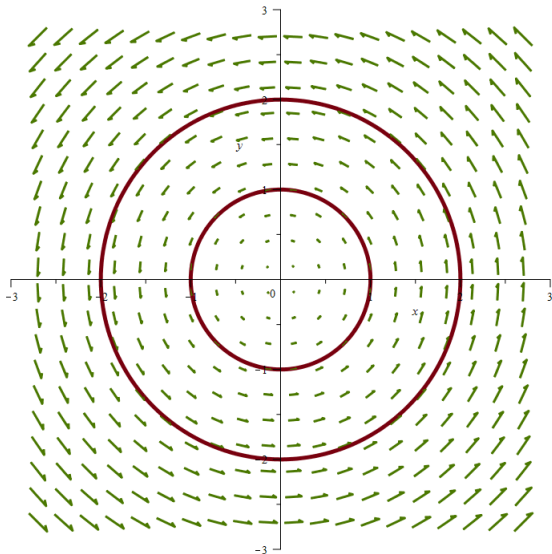


Arrows of the vector field, and the flow line(s) emanating from the given initial point(s)

Læringsoppgave 1

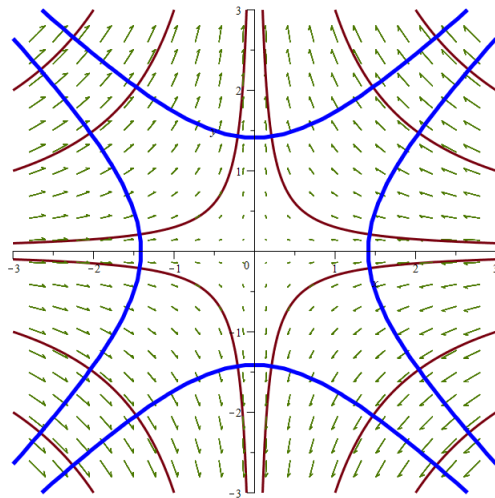


Læringsoppgave 1



Arrows of the vector field, and the flow line(s) emanating from the given initial point(s)

Læringsoppgave 1



Arrows of the vector field, and the flow line(s) emanating from the given initial point(s)

Læringsoppgave 1

Løsningsforslag (se også oppgaveløsningsvideo # 45 og 44)

Læringsoppgave 2

Hint 1

Lag ei grov skisse.

Hint 2

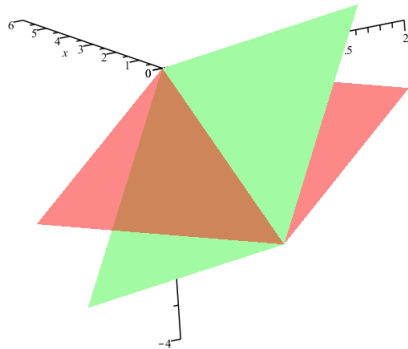
Per definisjon er planene like på skjæringslinjen.

Finn så parameterfremstillingen $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$.

Hint 3

$$\int_C x^2 ds = \int_a^b (x(t))^2 |\mathbf{r}'(t)| dt.$$

Læringsoppgave 2



Læringsoppgave 2

Løsningsforslag

Læringsoppgave U (a)&(b)

Hint 1

\mathbf{F} er konservativt dersom $\mathbf{F} = \nabla\varphi$.

Hint 2

Husk at

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_0^\pi \mathbf{F}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt.$$

Kan vi forenkle dette når \mathbf{F} er konservativt?

Læringsoppgave U (a)&(b)

Løsningsforslag

Læringsoppgave U (c)&(d)

Hint 1

\mathbf{H} er ikke konservativt.

Hint 2

Husk at

$$\int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{r} = \int_0^\pi \mathbf{H}(\mathbf{r}(t)) \cdot \mathbf{r}'(t) dt.$$

Hint 2

Nyttige sammenhenger:

$$\sin^2(t) + \cos^2(t) = 1$$

og

$$\cos(2t) = \cos^2(t) - \sin^2(t).$$

Læringsoppgave U (c)&(d)

Løsningsforslag (se også oppgaveløsningsvideo # 49)