Løsningsforslag til Oppgave 12 på eksempeleksamen

12 **Oppgave 12 (august 2014)**

Halvkulen T er gitt ved $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$. La S være den krumme delen av overflaten til T.Vektorfeltet $\mathbf{F}$ er gitt ved $\mathbf{F}(x, y, x) = x(z + z^2)\mathbf{i} - (yz^2 + xe^y)\mathbf{j} + (xze^y + 1)\mathbf{k}$.

Bestem verdien på fluksintegralet $\iint_S \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS$,
der $\widehat{\mathbf{N}}$ er enhetsnormalvektoren med positiv z-komponent.

Beskriv med ord hvordan du har tenkt, hvilke teoremer du eventuelt har brukt, og hvilke utregninger du har gjort. Ta med eventuelle mellomsvar. Angi så det eksakte svaret.

Normal

Jeg regnet ut divergensen til F og fant at den var lik z. Brukte Divergensteoremet og fant fluksintegralet over hele randa til T ved å regne ut trippelintegralet av divergensen over T. Det ble pi/4. Regnet ut fluksen gjennom bunnen (x^2+y^2<=1, z=0) ved å integrere skalarproduktet av vektorfeltet med normalvektoren -k. Dette skalarproduktet blir -1 når z=0, så fluksen blir lik "minus arealet av bunnen", altså -pi. Fluksintegralet over S blir da pi/4-(-pi)=5pi/4

Words: 73

Dette ville gi full uttelling på denne oppgaven. Punkter som vil bidra til poeng:

- div **F** = z
- Bruk av Divergensteoremet og hvordan det er brukt (regne ut trippelintegral over T)
- Verdien $\pi/4$ av dette trippelintegralet
- Bruk av normalvektoren -**k** for å regne ut fluksen gjennom bunnen
- Verdien på skalarproduktet **F** • (-**k**), altså at dette blir -1
- At fluksen gjennom bunnen er lik $-\pi$
- Utregningen av fluksen gjennom S som $\frac{\pi}{4} - (-\pi) = \frac{5\pi}{4}$

For å komme til rett svar på denne oppgaven, må man ha gjort de punktene som er listet opp ovenfor og da er det lurt å skrive dem inn slik at hvis man gjør en feil et sted, så kan sensor følge resonnementet så langt som mulig. Eksemplet viser også at det er mulig å si mye uten å bruke matematisk notasjon.