Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4105 Matematikk 2**

Faglig kontakt under eksamen: Frode Rønning
Tlf: XX

Eksamensdato: Eksempeleksamen vår 2020
Eksamenstid (fra–til): XX–XX
Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Alle

Målform/språk: bokmål
Antall sider: 5
Antall sider vedlegg: 2

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

De fleste oppgavene er laget med utgangspunkt i tidligere eksamensoppgaver. Ved hver oppgave er i tilfelle angitt i hvilket eksamenssett originaloppgaven finnes. Ved hver oppgave er også angitt hvilken oppgavetype i Inspera som er brukt; flervalg, paring, tekstfelt, eller langsvar.

Oppgave 1 (August 2019) Flervalg. **6 poeng**

Hvilken av følgende parametriseringer er *ikke* en gyldig parametrisering av skjæringskurven mellom kjeglen gitt ved $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ og planet $y + z = 2$ i første oktant ($x \geq 0, y \geq 0$ og $z \geq 0$)?

Velg ett alternativ. I Inspera kommer alternativene i tilfeldig rekkefølge.

(i) $\mathbf{r}(t) = (2\sqrt{1-t}, t, 2-t), \quad 0 \leq t \leq 1,$

(ii) $\mathbf{r}(t) = (t, 1 - \frac{t^2}{4}, 1 + \frac{t^2}{4}), \quad 0 \leq t \leq 2,$

(iii) $\mathbf{r}(t) = (2t, 1 - t^2, 1 + t^2), \quad 0 \leq t \leq 2,$

(iv) $\mathbf{r}(t) = (2\cos t, \sin^2 t, 1 + \cos^2 t), \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2},$

(v) $\mathbf{r}(t) = (2\sqrt{t-1}, 2-t, t), \quad 1 \leq t \leq 2.$

Oppgave 2 (juni 2019) Flervalg. **6 poeng**

La T være området i $\mathbb{R}^3$ som er avgrenset av planet $z = 1$ og kjeglen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Hvilket av de fem itererte integralene angir *ikke* volumet av T?

Velg ett alternativ. I Inspera kommer alternativene i tilfeldig rekkefølge.

(i) $\int_{-1}^{1} \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{1} dz dx dy$

(ii) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^1 \rho^2 \sin\varphi d\rho d\varphi d\theta$

(iii) $4 \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{1} dz dy dx$

(iv) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^{1/\cos\varphi} \rho^2 \sin\varphi d\rho d\varphi d\theta$

(v) $\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_r^1 r dz dr d\theta$

Oppgave 3 (August 2017) Flervalg. **6 poeng**

Temperaturen i et punkt $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ er gitt ved

$$T(x, y, z) = 30 + 5e^{-z}(x^2 + y).$$

Et insekt vil fly ut fra punktet $(1, 4, 8)$ slik at det opplever størst mulig økning i temperaturen. Hvilken av de fem retningene som er angitt nedenfor skal insektet velge?

Velg ett alternativ. I Inspera kommer alternativene i tilfeldig rekkefølge.

(i) $(2, 1, 1)$

(ii) $(2, -4, 0)$

(iii) $(1, 2, 1)$

(iv) $(2, 1, -5)$

(v) $\frac{1}{\sqrt{30}}(-2, -1, 5)$

Oppgave 4 Paring. **2 poeng for hvert riktig svar**

Nedenfor er gitt funksjonsuttrykk for fem funksjoner på formen $z = f(x, y)$. På vedlegget er vist noen nivåkurver for hver av disse funksjonene. Oppgaven går ut på å koble nummer på funksjonsuttrykk til bildet av funksjonens nivåkurver.

I Inspera kommer alternativene i tilfeldig rekkefølge.

(i) $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4xy - 4.$

(ii) $f(x, y) = 3y^2 - 2x^2 + 3xy - 5.$

(iii) $f(x, y) = x^3 + y^2 - 3xy^2 - 8.$

(iv) $f(x, y) = x^2 + y^3 - 3x^2y - 8.$

(v) $f(x, y) = 3x^2 + y^2 - 6.$

Oppgave 5 (August 2017) Tekstfelt. **9 poeng**

Finn og klassifiser alle kritiske punkter til funksjonen

$$f(x, y) = x^2 - 3xy + 2xy^2 + x.$$

Angi svaret ved å liste opp alle punktene på formen (x, y), og ved hvert punkt skriv *max*, *min* eller *sal*.

Oppgave 6 (August 2015) Tekstfelt. **9 poeng**

Finn ligningen for tangentplanet til flaten $x^2 + y^2 - e^{xz} - \sin y = 0$ i punktet $(1, 0, 0)$, og bruk denne til å finne en tilnærmet verdi for x i det punktet på flaten som ligger i nærheten av $(1, 0, 0)$ med $y = z = 1/10$.

Angi ligningen for tangentplanet på formen $ax + by + cz = d$ og verdien for x på formen $x =$<tall>.

Oppgave 7 (Mai 2015) Langsvar. **9 poeng**

La $\mathcal{C}$ være en kurve gitt ved parametriseringen

$$\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + \frac{1}{3}t^3\mathbf{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}t^2\mathbf{k}, \quad 0 \leq t \leq 2.$$

Finn enhetstangentvektoren til $\mathcal{C}$ i punktet $(1, 1/3, \sqrt{2}/2)$, og beregn buelengden til $\mathcal{C}$.

Skriv enhetstangentvektoren på formen (x, y, z) og angi buelengden som et eksakt tall.

Oppgave 8 (August 2017) Langsvar. **9 poeng**

Regn ut

$$\int_{\mathcal{C}} (3x + 2y)dx + (x + 2\sin(y^3))dy$$

der $\mathcal{C}$ er den delen av sirkelen $x^2 + y^2 = 4$ der $y \geq 0$, og der $\mathcal{C}$ er orientert mot klokken.

Beskriv med ord hvordan du har tenkt, hvilke teoremer du eventuelt har brukt, og hvilke utregninger du har gjort. Ta med eventuelle mellomsvar. Angi så det eksakte svaret.

Oppgave 9 (August 2017) Langsvar. **9 poeng**

Vektorfeltet $\mathbf{F}$ er gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2xy, x^2 - \cos z, y \sin z)$$

for alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. La $\mathcal{C}$ være kurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (t^2 - 2, \pi t, \frac{\pi}{2}(2 - t))$$

der $1 \leq t \leq 2$. Regn ut

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

Beskriv med ord hvordan du har tenkt, hvilke teoremer du eventuelt har brukt, og hvilke utregninger du har gjort. Ta med eventuelle mellomsvar. Angi så det eksakte svaret.

Oppgave 10 (Mai 2018) Langsvar. **9 poeng**

Regn ut

$$\oint_{\mathcal{C}} y^2 dx + xydy + xzdz,$$

der $\mathcal{C}$ er skjæringskurven mellom sylinderen $x^2 + y^2 = 2y$ og planet $y = z$ og $\mathcal{C}$ er orientert mot klokken sett ovenfra.

Beskriv med ord hvordan du har tenkt, hvilke teoremer du eventuelt har brukt, og hvilke utregninger du har gjort. Ta med eventuelle mellomsvar. Angi så det eksakte svaret.

Oppgave 11 (Mai 2018) Langsvar **9 poeng**

Finn arealet av den delen av flaten $z = \sqrt{2xy}$ som ligger over første kvadrant i xy-planet, og som er begrenset av planene $x = 1$ og $y = 2$.

Beskriv med ord hvordan du har tenkt, hvilke teoremer du eventuelt har brukt, og hvilke utregninger du har gjort. Ta med eventuelle mellomsvar. Angi så det eksakte svaret.

Oppgave 12 (August 2014) Langsvar. **9 poeng**

Halvkulen T er gitt ved $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$. La $\mathcal{S}$ være den krumme delen av overflaten til T. Vektorfeltet $\mathbf{F}$ er gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, x) = x(z + z^2)\mathbf{i} - (yz^2 + xe^y)\mathbf{j} + (xze^y + 1)\mathbf{k}.$$

Bestem verdien på fluksintegralet

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}} dS,$$

der $\widehat{\mathbf{N}}$ er enhetsnormalvektoren med positiv z-komponent.

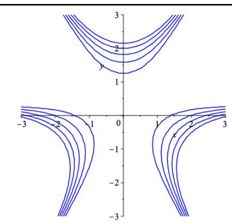
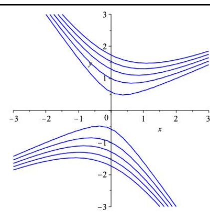
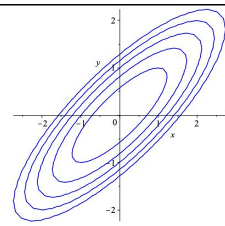
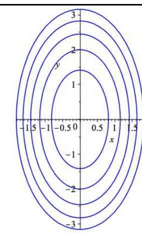
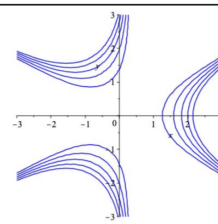
Beskriv med ord hvordan du har tenkt, hvilke teoremer du eventuelt har brukt, og hvilke utregninger du har gjort. Ta med eventuelle mellomsvar. Angi så det eksakte svaret.

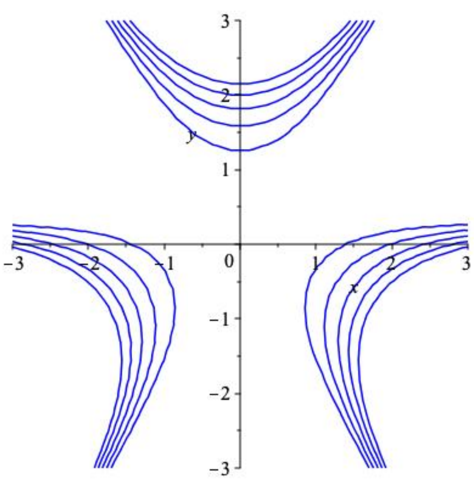
Vedlegg til Oppgave 4

Nedenfor er gitt funksjonsuttrykk for fem funksjoner på formen $z = f(x,y)$. I kolonnene nedenfor er vist noen nivåkurver for hver av disse funksjonene. Oppgaven går ut på å koble funksjonsuttrykk og nivåkurver. (Større bilder av nivåkurvene etter tabellen)

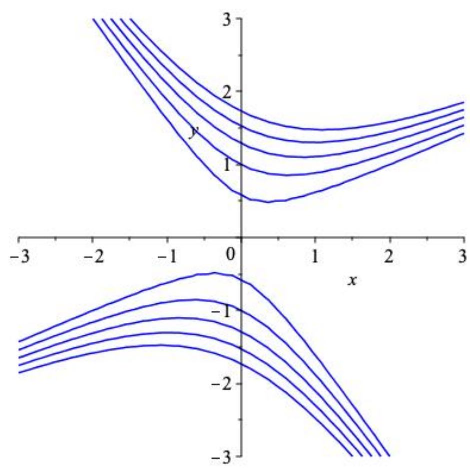
1. $f(x,y) = 2x^2 + 3y^2 - 4xy - 4$
2. $f(x,y) = 3y^2 - 2x^2 + 3xy - 5$
3. $f(x,y) = x^3 + y^2 - 3xy^2 - 8$
4. $f(x,y) = x^2 + y^3 - 3x^2y - 8$
5. $f(x,y) = 3x^2 + y^2 - 6$

Koble nummer på funksjonsuttrykk til bildet av funksjonens nivåkurver.
(I Inspera kommer alternativene både i rader og kolonner i tilfeldig rekkefølge.)

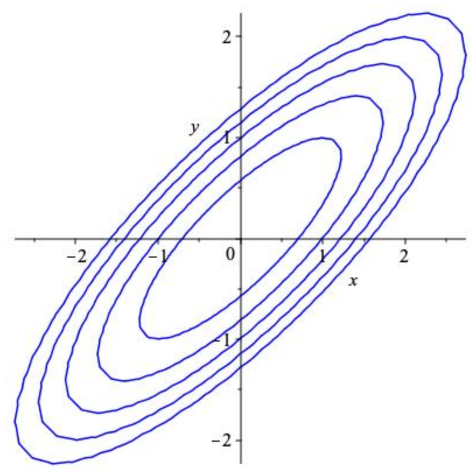
	 A	 B	 C	 D	 E
1					
2					
3					
4					
5					



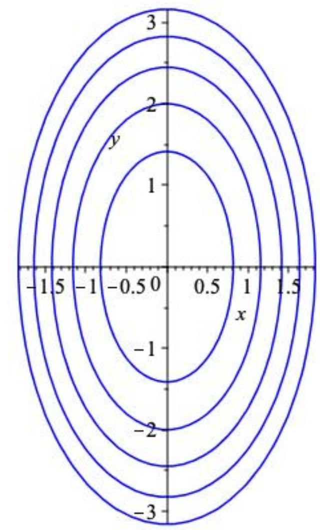
A



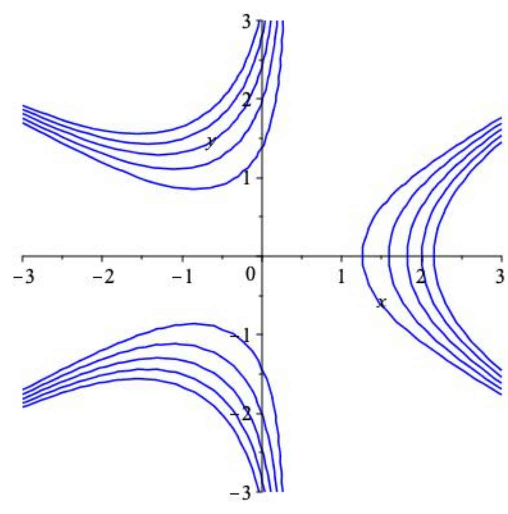
B



C



D



E