Plenumsregning uke 6

TMA4105 Matematikk 2

Onsdag 6. februar 2018

Dagen i dag

- **Eks S06.2**: Ekstremalverdier på et ubegrenset område
- **Eks V08.6**: Lagranges multiplikatormetode
- **13.3.14**: Lagranges multiplikatormetode med flere bibetingelser

Eksamen sommer 2006, oppgave 2 (a)

Betrakt funksjonen $f(x,y) = (x^2y - 2x^2 - y + 2)e^{-y}$.

Finn alle de kritiske punktene til f, og klassifiser disse ved å bruke annenderiverttesten.

Hint: Andrederivert-testen: La $D := AC - B^2$.

- $D > 0$ og $A > 0 \implies$ lokalt minimum.
- $D > 0$ og $A < 0 \implies$ lokalt maksimum.
- $D < 0 \implies$ sadelpunkt.
- $D = 0 \implies$ ingen informasjon.

Eksamen sommer 2006, oppgave 2 (a)

Betrakt funksjonen $f(x, y) = (x^2y - 2x^2 - y + 2)e^{-y}$.

Finn alle de kritiske punktene til f, og klassifiser disse ved å bruke annenderiverttesten.

Hint: Andrederivert-testen: La $D := AC - B^2$.

- $D > 0$ og $A > 0 \implies$ lokalt minimum.
- $D > 0$ og $A < 0 \implies$ lokalt maksimum.
- $D < 0 \implies$ sadelpunkt.
- $D = 0 \implies$ ingen informasjon.

Eksamen sommer 2006, oppgave 2 (b)

Betrakt funksjonen $f(x, y) = (x^2 y - 2x^2 - y + 2)e^{-y}$.

La området R være gitt ved ulikhetene $y \geq 0$ og $-1 \leq x \leq 1$. Forklar hvorfor f har både maksimum og minimum på R, og bestem disse.

Hint: Ekstremalverdisetningen:

- f er kontinuerlig på R.
- R er lukket ($\partial R \subset R$).
- R er begrenset.

Eksamen sommer 2006, oppgave 2 (b)

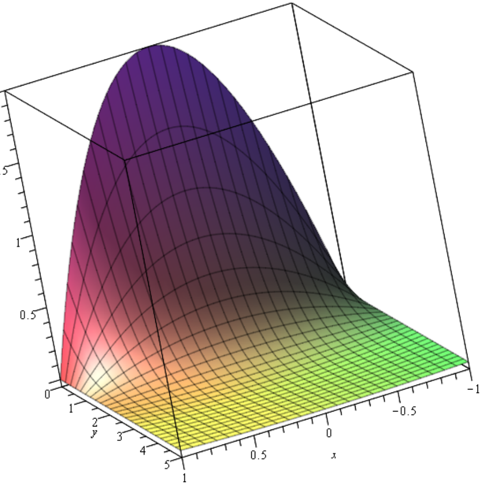
Betrakt funksjonen $f(x,y) = (x^2y - 2x^2 - y + 2)e^{-y}$.

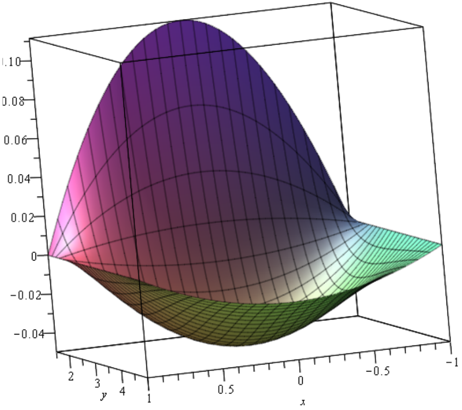
La området R være gitt ved ulikhetene $y \geq 0$ og $-1 \leq x \leq 1$. Forklar hvorfor f har både maksimum og minimum på R, og bestem disse.

Hint: Ekstremalverdisetningen:

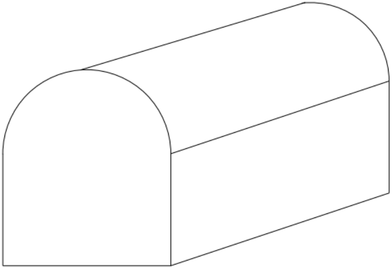
- f er kontinuerlig på R.
- R er lukket ($\partial R \subset R$).
- R er begrenset.

Eksamen sommer 2006, oppgave 2





Eksamen vår 2008, oppgave 6

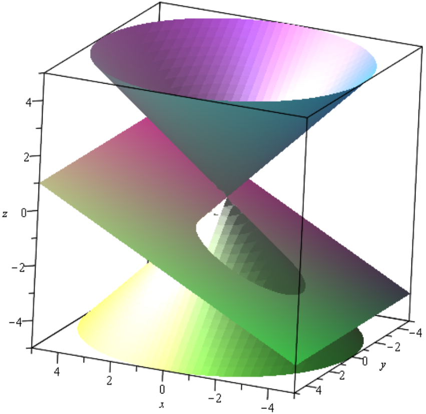


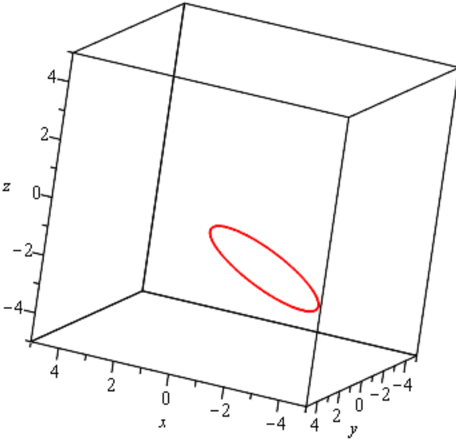
Et lagertelt med fasong som vist på figuren skal ha et overflateareal på 20 m^2. Bunnen skal være rektangulær og gavlveggen skal bestå av et rektangel pluss en halvsirkel. Bestem målene på teltet slik at volumet blir størst mulig.

Oppgave 13.3.14

La $\mathcal{C}$ være ellipsen som utgjør skjæringskurven mellom kjeglen $z^2 = x^2 + y^2$ og planet $x - 2z = 3$. Finn punktene på $\mathcal{C}$ som ligger henholdsvis nærmest og lengst unna origo.

Oppgave 13.3.14





Oppgave 13.3.14

La $\mathcal{C}$ være ellipsen som utgjør skjæringskurven mellom kjeglen $z^2 = x^2 + y^2$ og planet $x - 2z = 3$. Finn punktene på $\mathcal{C}$ som ligger henholdsvis nærmest og lengst unna origo.

Strategi:
Bruke Lagranges multiplikatormetode for å maksimere/minimere

$$d^2(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

med hensyn på bibetingelsene

$$g(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 = 0 \quad \text{og} \quad h(x, y, z) = x - 2z - 3 = 0.$$

Dvs. finne de kritiske punktene til lagrangefunksjonen

$$L(x, y, z, \lambda, \mu) = d^2(x, y, z) + \lambda g(x, y, z) + \mu h(x, y, z).$$