TMA4105 Matematikk 2

Skriftlig innlevering 4

Våren 2019

Innleveringsfrist: 5. april 2019, kl. 16.00.

$\boxed{1}$ La T være legemet som ligger i første oktant ($x \geq 0$, $y \geq 0$ og $z \geq 0$) som er begrenset av flatene $z = a^2 - x^2$ og $y = a^2 - x^2$.

Regn ut

$$\iint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS,$$

der $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $\mathcal{S}$ er den delen av randen (overflaten) ∂T til T som ligger på flaten $z = a^2 - x^2$ og $\widehat{\mathbf{N}}$ er enhetsnormalen til $\mathcal{S}$ som peker vekk fra T.

$\boxed{2}$ Området R er gitt ved

$$(x-1)^2 + y^2 \leq 1, \qquad y \geq 0.$$

Bestem dobbeltintegralet

$$I = \iint_R \frac{y}{(4 + x^2 + y^2)^2}\, dA$$

ved å bruke Greens teorem på

$$\oint_{\mathcal{C}} \frac{x-1}{4 + x^2 + y^2}\, dx + \frac{y}{4 + x^2 + y^2}\, dy,$$

der $\mathcal{C} = \partial R$ er randen til R og hvor $\mathcal{C}$ er orientert mot klokken.

$\boxed{3}$ La T være legemet begrenset av flatene $x = y^2$, $x = 9$, $z = 0$ og $x = z$, og la ∂T være randen til T.

Regn ut

$$\oiint_{\partial T} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS$$

der

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (3x - 5y, 4z - 2y, 8yz), \qquad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

og $\widehat{\mathbf{N}}$ er enhetsnormalen til ∂T som peker vekk fra T.

$\boxed{4}$ La vektorfeltet $\mathbf{F}$ være gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y, 4x - y, z^2 + xy)$$

for $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, og la $\mathcal{C}$ være skjæringskurven mellom flaten $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ og $z = \sqrt{10}$, orientert mot klokken sett ovenfra.

Regn ut

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$