TMA4105 Matematikk 2

# Skriftlig innlevering 3

Våren 2019

**Innleveringsfrist: 15. mars 2019, kl. 16.00.**

$\boxed{1}$ La $S$ være den delen av paraboloiden $z = 4 - x^2 - y^2$ der $z \geq 3$, og la $T$ være legemet begrenset av $S$ og planet $z = 3$.

Anta at $T$ har konstant massetetthet lik 1. Bestem massen til $T$ og koordinatene til massesenteret.

$\boxed{2}$ La $T$ være legemet bestående av punkter $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, der

$$z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1, \qquad 3y^2 \leq x^2, \qquad \text{og} \qquad x \geq 0.$$

Finn volumet av $T$.

$\boxed{3}$ Avgjør om vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2 e^{xy^2}, 2xye^{xy^2} + \sin z, y \cos z), \qquad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

er et konservativt vektorfelt, og regn ut linjeintegralet

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

der $\mathcal{C}$ er kurven med parameterfremstilling

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t), \qquad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

$\boxed{4}$ Finn arealet av den delen av kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ som ligger over sirkelskiven

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}.$$