

Anbefalte oppgaver uke 7

Våren 2019

Nummererte oppgaver er hentet fra kapittel 14 i Adams og Essex' «Calculus: A complete course», 9. utg. Alle oppgavene har samme oppgavenummer som i 8. utgave. Format: delkapittel.oppgavenr

Oppgaver til plenumsregning

1.20 Bruk geometrisk inspeksjon til å finne verdien av

$$\iint_S (x + y) dA$$

på kvadratet $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, y \leq a\}$.

Avgjør om følgende integral konvergerer, og hvis ja, prøv så å beregne verdiene.

3.7 $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(|x|+|y|)} dA$. 3.8 $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-|x+y|} dA$.

3.24 Finn gjennomsnittsverdien til funksjonen $(x, y) \mapsto 1/x$ på området $x^2 \leq y \leq \sqrt{x}$ hvor $x \in [0, 1]$.

Eks. V99, oppg. 1 ii) Hvilket av de itererte integralene

$$(1) \int_1^{e^x} \int_0^1 f(x, y) dx dy,$$

$$(2) \int_1^e \int_{\ln y}^1 f(x, y) dx dy$$

eller $(3) \int_1^e \int_0^{\ln y} f(x, y) dx dy$

kan $\int_0^1 \int_1^{e^x} f(x, y) dy dx$ omformes til ved å bytte om på integrasjonsrekkefølgen?

Oppgaver med løsningsforslag

1.6 La D være rektanget definert av $0 \leq x \leq 3$ og $0 \leq y \leq 2$. Finn verdien av

$$\iint_D (5 - x - y) dA$$

ved å tolke dobbeltintegralet som et volum.

1.14 Bruk geometrisk inspeksjon til å finne verdien av

$$\iint_D (x + 3) dA,$$

hvor D er halvdissen $0 \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}$.

2.3 Regn ut verdien av det itererte integralet

$$\int_0^\pi \int_{-x}^x \cos y dy dx.$$

2.9 Beregn $\iint_R xy^2 dA$ der R er det begrensede området i 1. kvadrant avgrenset av kurvene $y = x^2$ og $x = y^2$.

2.26 La V være volumet som ligger over trekanten med hjørnepunktene $(0, 0)$, $(a, 0)$ og $(0, b)$ og under planet $z = 2 - (x/a) - (y/b)$. Skriv V som et dobbeltintegral og regn ut dets verdi.

3.3 Konvergerer integralet

$$\iint_S \frac{y}{1 + x^2} dA,$$

hvor S er det «uendelige, åpne rektanget» $0 < y < 1$ i xy -planet? Hvis ja, forsøk å beregne verdien.

3.14 La $S = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x, y \leq 1\}$ og finn volumet av legemet som ligger ovenfor S og under flaten $z = 2xy/(x^2 + y^2)$ ved hjelp av integrasjon.

3.22 Finn middelveiden til $(x, y) \mapsto x^2$ på rektanglet definert av $x \in [a, b]$ og $y \in [c, d]$.

Review exercise 6 Bytt om på integrasjonsrekkefølgen i uttrykket

$$\int_0^2 \int_0^y f(x, y) dx dy + \int_2^6 \int_0^{\sqrt{6-y}} f(x, y) dx dy$$

slik at y -integralet kommer på innsida.