TMA4105 Matematikk 2

# Interaktiv forelesning uke 12

Våren 2017

## Læringsoppgaver

$\boxed{1}$ La $\mathcal{S}_\epsilon$ være kuleflaten med sentrum i origo og radius $\epsilon$, og la vektorfeltet $\mathbf{F}$ være gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, 0)$. La $\widehat{\mathbf{N}}$ være enhetsnormalen til $\mathcal{S}_\epsilon$ som peker utover. Bestem grenseverdien

$$\lim_{\epsilon \to 0^+} \frac{3}{4\pi\epsilon^3} \oiint_{\mathcal{S}_\epsilon} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS.$$

$\boxed{2}$ La $\mathcal{C}_\epsilon$ være sirkelen $x^2 + y^2 = \epsilon^2$, orientert mot klokken, og la vektorfeltet $\mathbf{F}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være gitt ved $\mathbf{F}(x, y) = (-y, x)$. Bestem grenseverdien

$$\lim_{\epsilon \to 0^+} \frac{1}{\pi\epsilon^2} \oint_{\mathcal{C}_\epsilon} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}\ .$$

## Maple T.A.-oppgaver

$\boxed{1}$ Finn divergens og curl til vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y, z) = (10xy^2, -5yz^2, 9zx^2)$.

$\boxed{2}$ La vektorfeltet $\mathbf{F}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ være gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(y^2, z^2, x^2\right).$$

Finn et vektorpotensial $\mathbf{G}$ til $\mathbf{F}$, det vil si,

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \operatorname{curl} \mathbf{G}(x, y, z)$$

for alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, der vi i tillegg antar at vektorfeltet $\mathbf{G}$ er på formen

$$\mathbf{G}(x, y, z) = (G_1(z), G_2(x), G_3(y))$$

og hvor vi antar at $\mathbf{G}(0, 0, 0) = (0, 0, 0)$.

## Ukens nøtt

$\boxed{\text{N}}$ Vis at vektorfeltet $\mathbf{F}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2x, -3y, 2z)$$

ikke har et vektorpotensial, altså at det finnes ingen vektorfelt $\mathbf{G}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ slik at

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \operatorname{curl} \mathbf{G}(x, y, z)$$

for alle $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.