TMA4105 Matematikk 2

# Skriftlig innlevering 4

Våren 2017

**Innleveringsfrist: 7. april 2017, kl. 16.00.**

$\boxed{1}$ Et legeme $T$ er begrenset av $xy$-planet, paraboloiden $z = x^2 + y^2$ og den elliptiske sylinderen gitt ved $x^2/9 + y^2/4 = 1$.

**a)** Regn ut volumet av $T$ ved å benytte substitusjonen $x = 3r\cos\theta$ og $y = 2r\sin\theta$.

La vektorfeltet $\mathbf{F}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ være gitt ved $\mathbf{F}(x, y, z) = (3x, 2y, z)$. La $\mathcal{S}$ være overflaten av $T$.

**b)** Regn ut

$$\oiint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS.$$

**c)** La $\mathcal{S}_*$ være den delen av $\mathcal{S}$ som ligger på den elliptiske sylinderen. Finn fluksen

$$\iint_{\mathcal{S}_*} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS$$

gjennom denne flaten.

**d)** Bruk resultatene fra **b)** og **c)** til å finne fluksen gjennom den øvre delen av overflaten, den som ligger på paraboloiden.

$\boxed{2}$ La $D$ være området i $\mathbb{R}^2$ som består av punkter $(x, y)$ som oppfyller ulikhetene $x^2 + y^2 \leq 1$ og $y \geq 0$. La $\mathcal{C}$ være randen til $D$ orientert mot urviseren. Regn ut linjeintegralet

$$\oint_{\mathcal{C}} \big(xy + \ln(x^2 + 1)\big)dx + (4x + e^{y^2} + 3\arctan y)\, dy.$$

$\boxed{3}$ La vektorfeltet $\mathbf{F}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ være gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y, 4x - y, z^2 + xy).$$

**a)** Finn $\nabla \cdot \mathbf{F}$ og $\nabla \times \mathbf{F}$. Er $\mathbf{F}$ konservativt?

**b)** La $\mathcal{C}$ være skjæringskurven mellom flaten $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ og $z = \sqrt{10}$, orientert med omløpsretning mot urviseren, sett ovenfra. Regn ut

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$