TMA4105 Matematikk 2

Skriftlig innlevering 3

Våren 2017

Innleveringsfrist: 17. mars 2017, kl. 16.00.

$\boxed{1}$ La S være den delen av paraboloiden $z = 4 - x^2 - y^2$ der $z \geq 3$, og la T være legemet begrenset av S og planet $z = 3$.

Anta at T har konstant massetetthet lik 1. Bestem massen til T og koordinatene til massesenteret.

$\boxed{2}$ La T være det legemet som er avgrenset nedenfra av kjegleflaten

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

og ovenfra av kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Regn ut trippelintegralet

$$\iiint_T e^{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\, dV.$$

(Vink: Bruk kulekoordinater.)

$\boxed{3}$ En brugde spiser plankton. Den svømmer langs kurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (t^2, e^t, t),$$

og tettheten av plankton er gitt ved $f(x, y, z) = 8\sqrt{x} + 2y^2$. Finn ut hvor mye brugden spiser når den svømmer fra $t = 0$ til $t = 1$.

$\boxed{4}$ La vektorfeltet $\mathbf{F}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ være gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (ze^{xz+y}, e^{xz+y} + 2z, xe^{xz+y} + 2y).$$

Avgjør om $\mathbf{F}$ er et konservativt vektorfelt, og regn ut linjeintegralet

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

der $\mathcal{C}$ er kurven med parameterfremstilling

$$\mathrm{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)\,, \qquad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$