Interaktive forelesninger

Uke 3

Læringsoppgaver.

1. a) Angir de vektorvaluerte funksjonene
   i) $\mathbf{r}_1(t) = (t^2, t^3)$
   ii) $\mathbf{r}_2(t) = (t^3, t^6)$
   glatte kurver?

   b) Skissèr kurven til den vektorvaluerte funksjonen
$$\mathbf{r}(t) = (t\cos t, 2t\sin t, t^2) \quad t \in [0, 4\pi].$$

2. Vis at enhetstangentvektoren står normalt på den deriverte av enhetstangentvektoren, og forklar hvorfor denne sier noe om kurvens krumning.

Ukens nøtt: Anta at jorden er en helt rund kule med radius 1. Du reiser på kompasskurs i retning nordøst, med konstant fart $\sqrt{2}$. Vis at dette beskrives av differensialligningene
$$\frac{d\phi}{dt} = -1 \quad \text{og} \quad \sin(\phi)\frac{d\theta}{dt} = 1,$$
der ϕ og θ er de vanlige kulekoordinatvinklene. Løs differensialligningene med initialbetingelser $\phi(0) = \pi/2$ og $\theta(0) = 0$. Treffer du noen gang nordpolen?

Maple T.A.-oppgaver.

1. Sjekk at punktet $(\pi - 1, \pi, -1)$ ligger på kurven
$$\mathbf{r}(t) = (t + \cos t, t + \sin t, \cos t)\,,$$
og finn enhetstangentvektoren til kurven i dette punktet.
2. Et objekt beveger seg i planet slik at posisjonen til objektet er gitt ved
$$\mathbf{r}(t) = \left(\frac{1}{2}\ln(1+t^2), \arctan t\right) \quad t \in [0, \infty).$$
Hvor lang tid tar det før objektet har beveget seg 2 lengdeenheter fra $t = 0$?

Hint:
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$$