TMA4105 Matematikk 2
Skriftlig innlevering 4

Våren 2015

1 Et legeme T er begrenset av xy-planet, paraboloiden $z = x^2+y^2$ og den elliptiske sylinderen gitt ved $x^2/9 + y^2/4 = 1$.

a) Bruk variabelsubstitusjonene $x = 3r\cos(\theta)$ og $y = 2r\sin(\theta)$ og beregn volumet av T.

b) Betrakt vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = 3x\,\mathbf{i} + 2y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}.$$

La $\mathcal{S}$ være overflaten av T, og beregn

$$\oiint_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS.$$

c) La $\mathcal{S}_1$ være den delen av $\mathcal{S}$ som ligger på den elliptiske sylinderen. Finn fluksen

$$\iint_{\mathcal{S}_1} \mathbf{F} \cdot \widehat{\mathbf{N}}\, dS$$

gjennom denne flaten.

d) Bruk resultatene fra **b)** og **c)** til å finne fluksen gjennom den øvre delen av overflaten, den som ligger på paraboloiden.

2 Betrakt vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y)\mathbf{i} + (4x - y)\mathbf{j} + (z^2 + xy)\mathbf{k}.$$

a) Finn $\operatorname{div}\mathbf{F}$ og $\operatorname{curl}\mathbf{F}$. Er $\mathbf{F}$ konservativt?

b) La $\mathcal{C}$ være skjæringskurven mellom flaten $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ og planet $z = \sqrt{10}$, orientert med omløpsretning mot urviseren, sett ovenfra. Finn verdien av linjeintegralet

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$