NTNU
Institutt for matematiske fag

TMA4105 Matematikk 2
Skriftlig innlevering 1

Våren 2015

1 a) Forklar hvorfor de to parametriseringene

$$x_1(t) = \begin{cases} t & \text{for } -1 \le t \le 0 \\ 2t & \text{for } 0 \le t \le 1/2 \end{cases} \qquad y_1(t) = \begin{cases} t & \text{for } -1 \le t \le 0 \\ 2t & \text{for } 0 \le t \le 1/2 \end{cases}$$

og

$$x_2(t) = \begin{cases} t^5 & \text{for } -1 \le t \le 0 \\ 16t^4 & \text{for } 0 \le t \le 1/2 \end{cases} \qquad y_2(t) = \begin{cases} t^5 & \text{for } -1 \le t \le 0 \\ 16t^4 & \text{for } 0 \le t \le 1/2 \end{cases}$$

angir samme kurve.

b) Kurven $\mathcal{C}$ er gitt ved parametriseringen

$$x(t) = t^5, \qquad y(t) = t^4|t|, \qquad -1 \le t \le 1.$$

Skissér kurven. Er $\mathcal{C}$ en glatt kurve? Begrunn svaret.

2 En lukket kurve $\mathcal{C}$ har i polarkoordinater ligning

$$r(\theta) = 1 - \cos 2\theta, \qquad 0 \le \theta \le \pi.$$

Skissér $\mathcal{C}$, og beregn arealet av det flatestykket som ligger innenfor $\mathcal{C}$ og utenfor sirkelen $r = 1$.

3 Finn buelengden til kurven $\mathcal{C}$ gitt ved $r(\theta) = e^{\theta/2}$, $0 \le \theta \le 2\pi$.

Finn også arealet av området som er begrenset av $\mathcal{C}$ og det rette linjestykket som forbinder endepunktene til $\mathcal{C}$.

4 a) Beregn lengden av kurven $\mathcal{C}$ med parameterfremstilling

$$x(t) = \cos t + t \sin t, \quad y(t) = \sin t - t \cos t, \quad 0 \le t \le 2\pi.$$

b) La $\mathcal{C}$ være romkurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, 2t)\,, \qquad 0 \le t \le 2\pi.$$

Gjør rede for at $\mathcal{C}$ ligger på en sylinderflate og skissér $\mathcal{C}$.

La $\mathcal{L}$ betegne tangenten til $\mathcal{C}$ i punktet $(\cos t_0, \sin t_0, 2t_0)$. Finn en parameterfremstilling for linjen $\mathcal{L}$, og bestem skjæringspunktet mellom $\mathcal{L}$ og xy-planet.