**Oppgåve 1** Bruk definisjonen av den deriverte til å finne den deriverte til $f(x) = 1/x$.

**Oppgåve 2** Vis at punktet $(x, y) = (-\pi, 1/2)$ ligg på kurva $y = y(x)$ gjeve ved

$$\tan(xy^2) = \frac{2xy}{\pi}.$$

Finn likninga for tangenten til kurva i punktet $(-\pi, 1/2)$.

**Oppgåve 3** Avgjer om følgande integral

$$\int_{-1}^{\infty} \frac{x+4}{x^2+6x+9}\,dx$$

konvergerer eller divergerer.

**Oppgåve 4** Vis at bogelengda $L$ til grafen til funksjonen

$$f(x) = x^4, \qquad \text{for } x \in [0,1],$$

kan skrivast som

$$L = \int_0^1 \sqrt{1+16x^6}\,dx.$$

Bruk Simpsons metode med $2n = 4$ delintervall til å rekne ut $L$.

**Oppgåve 5** Finn funksjonen $f(x)$ slik at

$$f(x) = 1 - \int_0^x f(t)\,dt.$$

(Vink: Analysens fundamentalteorem.)

**Oppgåve 6** La $S$ vere området i $xy$-planet som ligg over linja $y = 0$ og er avgrensa av grafane til funksjonane

$$f(x) = x+1, \qquad g(x) = x^2 - 1.$$

Skisser området $S$.

Finn volumet av omdreiingslekamen som oppstår ved å dreie $S$ om linja $y = -1$.

**Oppgåve 7** Anta at mengda $y = y(t)$ (målt i millionar tonn) skrei i Barentshavet tilfredsstiller

$$\frac{dy(t)}{dt} = ky(t)\left(1 - \frac{y(t)}{K}\right) - h(t), \tag{1}$$

der vekstraten per år er $k = 0.12$, berekapasiteten er $K = 16$ (millionar tonn), og at ein haustar skrei gjeve ved funksjonen $h = h(t)$ (millionar tonn/år).

$(i)$ Anta at ved $t = 0$ er $y(0) = y_0$ (millionar tonn). Finn $h(t)$ slik at populasjonen held seg konstant lik $y_0$ over tid.

$(ii)$ Kor stor bør $y_0$ vere for at ein skal kunne hauste maksimalt av populasjonen? Det er framleis ein føresetnad at populasjonen held seg kontant lik $y_0$ over tid.

(Vink: Du trenger ikke å løse differensialligning (1) for å løse oppgaven.)

**Oppgåve 8** Vis at rekka

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^{2n}$$

konvergerer for $x \in [-1, 1]$.

For $x = 1/2$, lar vi $s$ vere summen til rekka. Rekn ut $e^s$.

**Oppgåve 9** Følga $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ er gjeve rekursivt som

$$a_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}a_n + \frac{1}{2}}, \qquad \text{der } a_1 = 0.$$

Vis at følga er veksande.

Du får oppgjeve at følga er avgrensa ovanfrå.

Forklar kvifor følga konvergerer og rekn ut $\lim_{n\to\infty} a_n$.

**Oppgåve 10** Vis at dersom $f(x)$ er kontinuerleg i $x = a$, så vil $|f(x)|$ vere kontinuerleg i $x = a$.

(Vink: Du kan få bruk for at $||z| - |y|| \leqslant |z - y|$ for alle reelle $z, y$.)