



Faglig kontakt under eksamen:
Sigmund Selberg tlf. 50284

EKSAMEN I TMA4100 MATEMATIKK 1

Bokmål
August 2010
kl. 9–13

Hjelpemidler (kode C): Bestemt kalkulator (HP 30S eller Citizen SR-270X)
Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1 Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x^2)} - 1}{1 - \cos x}$$

Oppgave 2 Et område R i xy -planet er gitt ved

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x^3.$$

Finn volumet av legemet som fremkommer ved å rotere R om akse $y = -1$.

Oppgave 3 Regn ut integralet

$$\int \frac{x^2}{x^2 + 3x + 2} dx$$

Oppgave 4 Vis at punktet $(2, 4)$ ligger på kurven $x^3 + y^3 - 9xy = 0$. Finn så en ligning for tangenten til kurven i dette punktet.

Oppgave 5 Gjør kort rede for at ligningen

$$x^6 + 7x^2 - 4 = 0$$

må ha en løsning i intervallet $0 \leq x \leq 1$. Bruk så Newtons metode med startverdi $x_0 = 0,5$ til å finne denne løsningen med to desimalers nøyaktighet.

Oppgave 6 For hvilke verdier av x konvergerer potensrekken

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{nx}{1+n} \right)^n$$

Oppgave 7 Vi ser på integralet

$$I = \int_0^1 \cos(t^2) dt.$$

Bruk Maclaurinrekken til $\cos x$ til å finne en tilnærming av I med et avvik mindre enn $2 \cdot 10^{-6}$. (Hint: $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$ for alle x .)

Oppgave 8 En tank som rommer 200 liter er til å begynne med fylt med 100 liter saltvann med en konsentrasjon på 10 gram salt pr. liter vann. Ved et visst tidspunkt begynner vi å pumpe 2 liter ferskvann pr. minutt inn i tanken, og samtidig pumpes det ut 1 liter saltvann pr. minutt. Det antas at saltet hele tiden er jevnt blandet ut i tanken. Hvor mange minutter tar det før saltkonsentrasjonen i tanken er nede i 5 gram pr. liter (målt fra det øyeblikket vi begynner å pumpe inn ferskvann)?