Oppgåve 1 Rekn ut det ubestemte integralet

$$\int \frac{3x^2+2}{x^3-2x^2+2x}\,dx.$$

(Vink: $x^2-2x+2=(x-1)^2+1$.)

Oppgåve 2 Finn Taylor-polynomet av grad 3 til funksjonen

$$f(x)=\arctan(x^2)-6\sin(\pi x)$$

om punktet $a=0$.

Oppgåve 3

a) Vis at

$$\lim_{x\to 0+} x^c \ln x = 0$$

når $c>0$.

b) Rekn ut det ueigentlege integralet

$$\int_0^1 x^a \ln x\,dx$$

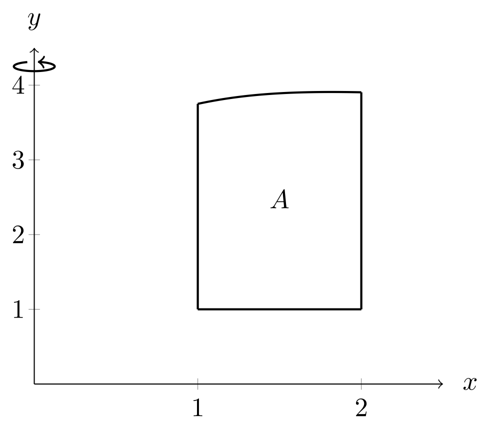
når $a>-1$. Kva kan du seie om integralet når $a=-1$?

Oppgåve 4

La A vere området i xy-planet som er avgrensa av linjene $x=1$, $x=2$, $y=1$ og kurva

$$y=\frac{3x}{2\sqrt{x^3+3}}+3.$$

Bestem volumet av omdreiingslekamen som oppstår ved å dreie A om y-aksen.



Oppgåve 5 Løys startverdiproblemet

$$\frac{dy}{dx}+\frac{4}{x}y=5e^{x^5+1}+15, \qquad y(1)=3$$

der vi antar at $x>0$.

Oppgåve 6 La f vere ein kontinuerleg funksjon som tilfredsstiller $0\leqslant f(x)\leqslant 1$ når $0\leqslant x\leqslant 1$. Vis at likninga $f(x)=x$ har minst éi løysing.

(Vink: Sjå på funksjonen $g(x)=f(x)-x$.)

Oppgåve 7 Vis at potensrekka

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{n+1}$$

har konvergensradius $R = 1$. Avgjer om potensrekka er konvergent for $x = \pm 1$.

Oppgåve 8

a) Vis at

$$e^{-x^2/4} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n n!} x^{2n}$$

for alle $x \in \mathbb{R}$.

b) La

$$F(x) = \int_0^x \sqrt{e^{-t^2/2} - 1}\, dt$$

for $x \geqslant 0$.

Rekn ut ei tilnærming til bogelengda til grafen til $y = F(x)$ frå $x = 0$ til $x = 1$ med feil garantert mindre enn 0.0005.

(Vink: Bruk resultatet vi fant i **a)** og feilestimatet for alternerande rekker.)