

Oppgave 1 Finn en ligning for tangenten til kurven gitt ved

$$y^3 + y^2 - 5y - x^2 + 4 = 0$$

i punktet $(1, -3)$.

Oppgave 2 Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos x - 1)}{\sin x - x}.$$

Oppgave 3 Finn største og minste verdi til funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} e^x(x-1)^2 & -2 \leq x \leq 0, \\ \sqrt{x+1} & 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

Oppgave 4 Vis at ligningen

$$\arctan x = 3e^{-x} + 1$$

har nøyaktig én løsning $x = r$.

Bruk Newtons metode med to iterasjoner og $x_0 = 3$ til å finne en tilnærming til r .

Oppgave 5 Finn volumet av omdreiningslegemet som oppstår når grafen til $y = \sqrt{1 + |x|^3}$ fra $x = -3$ til $x = 3$ dreies om x -aksen.

Oppgave 6 Finn de x -verdiene som gir at $F'(x) = 0$ der $F(x)$ er funksjonen gitt ved

$$F(x) = \int_0^x \sqrt{t} \sin t \, dt \quad \text{for } 0 < x \leq 8.$$

Oppgave 7 Regn ut integralet

$$\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}$$

ved å benytte substitusjonen $u = \sqrt{x}$.

Oppgave 8 Avgjør om følgende rekker er absolutt konvergent, betinget konvergent eller divergent.

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{(n+2)!} \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n^2} \quad (iii) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+1}$$

Oppgave 9 Løs initialverdi problemet

$$x^2 y' + 2xy = \ln x, \quad y(1) = 2,$$

der vi antar at $x > 0$.

Oppgave 10 Vis at integralet

$$I = \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx$$

kan skrives som den alterende rekken

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2}.$$

Avgjør hvor mange ledd vi må ta med i den alternerende rekken for å få en tilnærming til I med feil mindre enn 0.005.