



Faglig kontakt under eksamen:  
Trond Digernes 926 63 816  
Eirik Hoel Høiseth 404 07 539

## KONTINUASJONSEKSAMEN I TMA4100 MATEMATIKK 1

Bokmål  
Mandag 5. august 2013  
Tid: 09:00 – 13:00

Hjelpemidler (Kode C):

- Bestemt kalkulator (HP 30S, Citizen SR-270X eller Citizen SR-270X College)
- Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Sensur: 26. august 2013

*Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.*

**Oppgave 1** Beregn grenseverdiene

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{x^4} \qquad (ii) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{\ln(1-x)} \right)$$

**Oppgave 2** Gitt ligningen  $x^3 + x = 1$ .

- Vis at ligningen har nøyaktig én løsning, og at denne ligger i intervallet  $[0, 1]$ .
- Bruk Newtons metode til å finne en tilnærmet løsning av ligningen med 4 desimalers nøyaktighet.

**Oppgave 3** En bil kjører mot sør langs en rett nord-sør veistrekning. En politimann med radar har tatt oppstilling 75 m øst for veien. Radaren rettes mot bilen, og politimannen avleser at avstanden mellom ham og bilen er 125 m, og at den avtar med 20 m/s. Hvor fort kjører bilen i dette øyeblikket?

**Oppgave 4** La  $a$  og  $h$  være positive størrelser, og la  $A$  være området i 1. kvadrant avgrenset av parabolen  $y = ax^2$ ,  $y$ -aksen og den horisontale linjen  $y = h$ .

- a) Området  $A$  roteres om  $y$ -aksen. Finn volumet til rotasjonslegemet.
- b) Anta at rotasjonslegemet er fylt med vann som deretter tappes ut. I et gitt øyeblikk er vannhøyden 1 m, og vannet strømmer ut med en hastighet av  $2 \text{ dm}^3$  pr. sekund. Hvis  $a = \pi(\text{dm})^{-1}$ , hvor raskt avtar vannhøyden i dette øyeblikket?

**Oppgave 5** Gitt potensrekken  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n}$ .

- a) Bestem konvergensradien  $R$  til rekken, og avgjør om rekken konvergerer i endepunktene  $x = \pm R$ .
- b) Sett  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n}$  for  $-R < x < R$ , og finn et endelig uttrykk for  $f(x)$ .  
[Hint: Skriv  $f(x) = xg(x)$ , og finn først et endelig uttrykk for  $g'(x)$ .]