



Faglig kontakt under eksamen:

Toke Meier Carlsen (46249940)

Kari Hag (48301988)

Dag Wessel-Berg (92448828)

EKSAMEN I TMA4100 Matematikk 1

Bokmål

Tirsdag 14. desember 2010

Tid: 09:00 – 13:00

Sensur 14. januar 2011

Hjelpemidler (Kode C): Bestemt, enkel kalkulator (HP 30S eller Citizen SR-270X)
Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

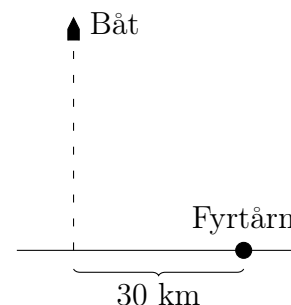
Oppgave 1 Funksjonen f er definert ved

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sin(2x)} - 1}{x} & \text{når } x \neq 0, \\ 0 & \text{når } x = 0. \end{cases}$$

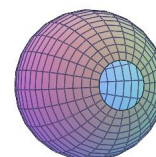
Undersøk om f er kontinuert i 0.

Oppgave 2 Hvor mange nullpunkter har funksjonen $f(x) = x^2 - \ln(x^2 + 1) - 1$? (Husk at svaret skal begrunnes).

Oppgave 3 En båt kjører ut fra kysten i retning rett mot nord. 30 km øst for punktet på kysten hvor båten kjørte ut fra står et fyrtårn. På et tidspunkt observeres det med radar fra fyrtårnet at båten er nøyaktig 50 km fra fyrtårnet og at avstanden mellom båten og fyrtårnet øker med 3 meter per sekund. Hvor fort kjører båten på dette tidspunktet? Svaret skal gis i km per time.



Oppgave 4 Gjennom en massiv kule med radius $a > 1$ bores et sylindrisk hull med radius 1 gjennom kulens sentrum. Hva blir volumet av den gjenværende delen av kula?



Oppgave 5 Regn ut integralet

$$\int \frac{3x^2 + 2x + 4}{x^3 + 4x} dx.$$

Oppgave 6 Løs initialverdiproblemet

$$y' + \tanh(x)y = x, \quad y(0) = -1.$$

Oppgave 7 Vis at potensrekken

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n+2}}{(3n+2)n!}$$

konvergerer for alle x og at summen blir $\int_0^x te^{t^3} dt$.

Oppgave 8 Funksjonen f er definert ved

$$f(x) = \int_1^x \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt.$$

Finn et polynom $p(x)$ slik at $|f(x) - p(x)| < 0,02$ når $0,9 < x < 1,1$.