



Faglig kontakt under eksamen:  
Peter Lindqvist tlf. 93529  
Hans Jakob Rivertz tlf. 50287

## EKSAMEN I TMA4100 MATEMATIKK 1

Bokmål

Mandag 7. desember 2009

kl. 9–13

Hjelpemidler (kode C): Bestemt kalkulator (HP 30S eller Citizen SR-270X)  
Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Sensurdato: 7. januar 2010

*Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.*

**Oppgave 1** Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(1 - x^2)}{x^2 - 2x + 1}$$

**Oppgave 2** Regn ut integralet

$$\int_0^1 \frac{x - 7}{x^2 + x - 6} dx$$

**Oppgave 3** For hvilke  $x$  konvergerer potensrekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n2^n}$$

**Oppgave 4** Gjør rede for at funksjonen  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 33x + 45$  har en omvendt funksjon (dvs. en invers)  $g(x)$ , og bestem  $g'(2)$ .

**Oppgave 5** Vi ser på differensialligningen

$$(1) \quad \frac{dy}{dx} = e^{-y} - 1.$$

Anta at  $y(x)$  er en løsning av (1) og at  $y(0) = 1$ . Bruk Eulers metode med skrittlengde  $h = 0,1$  til å finne en tilnærmet verdi for  $y(0,2)$ .

**Oppgave 6** Løs initialverdiproblemet

$$y' - \cos(x)y = \cos(x), \quad y(0) = 0.$$

**Oppgave 7** Et fullt vannreservoar skal tømmes for vann. Anta at reservoaret har form som en sirkulær kjegle med spissen pekende loddrett nedover, at reservoaret er 10 meter dypt og har en diameter på 50 meter (se skissen under, som viser et tverrsnitt gjennom senteraksen til reservoaret).

- Anta at vannet pumpes ut av reservoaret med en hastighet på 2 kubikkmeter pr. minutt. Hvor fort synker vannstanden i reservoaret i det øyeblikket vannstanden er 8 meter? Svaret skal gis i meter pr. minutt.
- Anta at det krever 9810 Joule å pumpe 1 kubikkmeter vann 1 meter opp. Hvor mye energi skal til for å tømme hele vannreservoaret ved å pumpe alt vannet opp i en høyde 1 meter over toppen av reservoaret?

