



FASIT til KONTINUASJONSEKSAMEN I TMA4100 MATEMATIKK 1

Nynorsk

Laurdag 16. august 2008

Kl. 9 – 13

*Dette er en fasit og oppfyller ikke kravet om at alle svar skal begrunnes! Det tas forbehold om mulige feil.*

**Oppgåve 1**

a)

$$f'(x) = \frac{3x(x^3 + 8)}{(x^3 - 4)^2}.$$

Lokalt maks i  $(-2, 2)$ .

Lokalt min i  $(0, 1)$ .

b) Horisontal asymptote:  $y = 1$ .

Vertikal asymptote:  $x = 4^{1/3}$ .

For skisse av grafen, se egen fil (kommer senere).

Av disse resultatene samt fortegningsdrøfting av  $f'$ , innsees at

$f(x) \geq 1$  for  $x < 4^{1/3}$ .

Videre er  $f$  strengt voksende for  $x > 4^{1/3}$ ,  $f(2) = -2 < 0$  og  $f(4) = 1/5 > 0$ . Skjæringssetningen gir da at  $f$  har et nullpunkt i intervallet  $[2, 4]$  og dette er det eneste.

**Oppgåve 2**

$$2 \ln |x - 2| - \ln |x - 1| + C = \ln \frac{(x - 2)^2}{|x - 1|} + C.$$

**Oppgåve 3** Konvergensradien  $r = 1$ . Rekka konverger for  $x = \pm 1$ .

**Oppgave 4** Formelen for  $K$  følger av at  $\text{Volum} = 1/3x^3$  og Areal av grunnflate  $= x^2$

Siste del følger ved å finne nullpunktet til

$$f(x) = 0,04x^3 + 0,17x^2 - 50.$$

Newtons metode gir rekursjonsformelen:

$$x_{n+1} = \frac{8x_n^3 + 17x_n^2 + 5000}{12x_n^2 + 34x_n}$$

Det er en dårlig ide å starte med  $x_0$  nær 0, men med f.eks  $x_0 = 10$  får en raskt  $x_* = 9,53$ .

**Oppgave 5**

$$y(x) = \frac{1}{2}(x - \sqrt{1-x^2}) - \frac{1}{2}e^{-\arcsin x}.$$

**Oppgave 6**

Gitt  $\varepsilon$  med  $0 < \varepsilon < 1$ . Sett  $\delta = \varepsilon^2$ . Vis at da vil

$$|x| < \delta \implies |\sqrt{1+x} - 1| < \varepsilon.$$