

Anbefalte oppgaver uke 47

Høsten 2024

Oppgaver til plenumsregning

- 1 a) Løs initialverdiproblemet

$$y' = 1 - y^2, \quad y(0) = 0.5$$

- b) Løs initialverdiproblemet

$$y' + \cos(x)y = 2xe^{-\sin(x)}, \quad y(\pi) = 0.$$

- 2 Vis at

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!2^n} x^{2n}$$

er en løsning til initialverdiproblemet

$$y'' + xy' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

- 3 Bruk Eulers metode med skritt lengde $1/3$ til å estimere $y(1)$ for initialverdiproblemet

$$y' - 3xy = 1, \quad y(0) = 0.$$

- 4 En melkekartong der temperaturen i melken var 6°C , ble stående på kjøkkenbenken i 2 timer. Da var temperaturen steget til 13°C . Lufttemperaturen i kjøkkenet var 20°C . Vi regner med at Newtons avkjølingslov gjelder; det vil si at temperaturendringen per tidsenhet i melken er proporsjonal med differansen mellom lufttemperaturen og temperaturen i melken.

- a) Sett opp en differensialligning for temperaturen T i melken som funksjon av tiden t , og vis at den har løsning av formen

$$T(t) = A + Be^{-\alpha t}$$

der A er lufttemperaturen. Finn konstantene B og α .

- b) Da temperaturen i melken var 15°C , ble kartongen satt inn i kjøleskapet. Etter 1 time var temperaturen i melken sunket til 12°C . Hva var temperaturen i kjøleskapet?

Oppgaver med løsningsforslag

Regn ut integralene i oppgavene 1–3.

1 $\int \tan(x) \cos(x) dx$

2 $\int \frac{1 + \cos^3(x)}{\cos^2(x)} dx$

3 $\int \frac{6(x-1)}{x^{4/3}} dx$

Løs ligningene i oppgavene 4–6.

4 $\frac{dy}{dx} = \frac{3y-1}{x}$

5 $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x^2}$

6 $y(x) = 1 + \int_0^x \frac{(y(t))^2}{1+t^2} dt$

- 7 Finn en ligning for en kurve som passerer gjennom (2, 3) og har stigning

$$\frac{2x}{1+y^2}.$$

- 8 La y være gitt av differensialligningen $y' = x + y$ med initialbetingelsen $y(1) = 0$. Bruk Eulers forbedrede metode til å finne en tilnærming til $y(2)$ med $h = 0.2$, $h = 0.1$ og $h = 0.05$.

- 9 (Høst 2017.) Løs initialverdiproblemet

$$x^2 y' + 2xy = \ln(x), \quad y(1) = 2,$$

der vi antar at $x > 0$.

- 10 (Høst 2018.) Løs initialverdiproblemet

$$(x^2 + 1)y' - \frac{x}{y} = 0, \quad y(0) = 2.$$