

Interaktiv forelesning uke 47

Høsten 2024

1 Løs initialverdioproblemet

$$y' - \sin(x)y = \sin(x), \quad y(\pi/2) = 0.$$

2 La nå $y(x)$ være løsningen av initialverdioproblemet

$$y' - \sin(x)y = \sin(x), \quad y(\pi/4) = e^{-\sqrt{2}/2} - 1.$$

Finn en tilnærmet verdi av $y(\pi/2)$ ved hjelp av Eulers metode. Bruk steglengdene $h = \pi/4$, $h = \pi/8$ og $h = \pi/16$.

3 La $f(x)$ være en funksjon definert for $x > 0$, der både $f(x)$ og $f'(x)$ er kontinuerlige. Anta at $f(x)$ tilfredsstiller ligningen

$$[f(x)]^2 = \frac{1}{x} \int_1^x f(t) dt. \quad (*)$$

Vis at da må $y = f(x)$ også tilfredsstille differensialligningen

$$yy' = \frac{y - y^2}{2x}$$

der $x > 0$. Finn alle løsninger av (*).

4 Koble hver av differensialligningene

(i) $y' = xy^2$

(ii) $y' = x - y$

(iii) $y' = \sin(x) \sin(y)$

(iv) $y' = 1 + y^2$

til riktig figur 1-4 nedenfor.

