

## Anbefalte oppgaver uke 38

Høsten 2023

## Oppgaver til plenumsregning

- 1 Ligningen

$$y(1 - y^2) + \sin(2\pi xy) = 0$$

beskriver en kurve i planet. Vis at kurven går gjennom punktet  $(1, 1)$ , og finn ligningen for tangentlinjen til kurven i dette punktet.

- 2 Det er fartskontroll ved innkjørselen til en tunnel. Veien er rett og går fra vest mot øst. 200 meter fra tunnelåpningen står det et skilt som forteller at fartsgrensen er 70 km/t. En politibetjent som står 200 meter rett sør for tunnelåpningen retter en laserpistol mot en bil idet den passerer skiltet. Laserpistolen angir at avstanden til bilen avtar med 60 km/t. Kjøreren bilen for fort?

- 3 Finn grenseverdiene:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \cot(x)} \qquad (ii) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(t) - \tan(t)}{t^2}.$$

- 4 La  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  være gitt ved

$$f(x) = x^3 - x.$$

Bestem hvorvidt funksjonen  $f$  har globale eller lokale ekstremalverdier og angi disse.

- 5 La  $f: [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  være gitt ved

$$f(x) = \sqrt{1 + x^3}.$$

Finn de  $x$ -verdiene som er slik at  $f'(x) > 0$ ,  $f''(x) < 0$  og  $f''(x) = 0$ .

## Oppgaver med løsningsforslag

- 1 Finn den implisitt deriverte av  $y$  med hensyn på  $x$  som et uttrykk i  $x$  og  $y$  dersom

$$\frac{x - y}{x + y} = \frac{x^2}{y} + 1.$$

- 2 Finn en ligning for tangentlinjen i  $(2, -1)$  til kurven gitt ved

$$x + 2y + 1 = \frac{y^2}{x - 1}.$$

- 3 Vis at ellipsen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

og hyperbelen

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{y^2}{B^2} = 1$$

skjærer hverandre i rette vinkler dersom  $A^2 \leq a^2$  og  $a^2 - b^2 = A^2 + B^2$ .

4 En lyktestolpe er 20 meter høy. Ved tiden  $t = 0$  slipper vi en ball fra samme høyde som lampen 10 meter unna. Ballen faller med tyngdeakselerasjon  $9.8 \text{ m/s}^2$  til den treffer bakken. Hvor fort beveger skyggen til ballen seg langs bakken (a) etter 1s? (b) i det øyeblikket ballen treffer bakken.

5 På emnets temasider under “Derivasjon”, finner dere denne videoen:  
<https://ntnu.cloud.panopto.eu/Panopto/Pages/Viewer.aspx?id=ff027facd64f460e8fdeaf1800329e4d>  
Den løser en oppgave om koblede hastigheter.

6 Finn grensen

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\ln(1 + x^2)}.$$

7 Finn grensen

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x^3}.$$

8 La  $f(x) = 1/(x - 1)$ . Finn eventuelle lokale og globale maksima og minima på  $[2, 3]$ .

9 Finn og klassifiser de kritiske punktene til  $f(x) = (x^2 - 3)e^x$ .