Anbefalte oppgaver uke 36

Høsten 2023

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ Gitt at

$$\lim_{x\to 4} \frac{4xf(x)-1}{x-4} = 9,$$

finn

$$\lim_{x\to 4} f(x).$$

$\boxed{2}$ Bestem grenseverdien

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{3x^2+4}{4x^2+8}\right)^2.$$

$\boxed{3}$ La g være funksjonen gitt ved

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 & x \geqslant 2 \\ \frac{-6x-6}{x^2+2} & x < 2. \end{cases}$$

Avgjør om g er kontinuerlig i punktet $x = 2$.

$\boxed{4}$ Forklar hvorfor

$$f(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{x} + x\right) - x$$

må ha minst ett nullpunkt på intervallet $[1, 2]$.

Oppgaver med løsningsforslag

$\boxed{1}$ (Kontinuasjonseksamen 2014, oppgave 1.) Den rasjonale funksjonen p er definert som

$$p(x) = \frac{x^2-3x+2}{3x^2-5x+2}.$$

Bestem grenseverdiene.

a) $\lim_{x\to 0} p(x)$

b) $\lim_{x\to 1} p(x)$

c) $\lim_{x\to\infty} p(x)$

$\boxed{2}$ (Kontinuasjonseksamen 2009, oppgave 4.) Bestem c slik at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{x} & x \neq 0 \\ c & x = 0. \end{cases}$$

er kontinuerlig i $x = 0$.

$\boxed{3}$ (Kontinuasjonseksamen 2017, oppgave 6.) La f være en kontinuerlig funksjon som tilfredsstiller $0 \leqslant f(x) \leqslant 1$ når $0 \leqslant x \leqslant 1$. Vis at ligningen $f(x) = x$ har minst én løsning.

(Vink: Se på funksjonen $g(x) = f(x) - x$.)

$\boxed{4}$ (Høsten 2019, oppgave 10 (del 2).) Vis at

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{1 + x^2} = 1$$

ved å bruke definisjonen til en grenseverdi. Det vil si, vis at det for alle $\epsilon > 0$ finnes en $\delta > 0$ slik at

$$\left| \frac{1}{1 + x^2} - 1 \right| < \epsilon$$

når $0 < |x - 0| = |x| < \delta$.