# Anbefalte oppgaver uke 47

Høsten 2023

## Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ **a)** Løs initialverdiproblemet

$$y' = 1 - y^2, \qquad y(0) = 0.5$$

**b)** Løs initialverdiproblemet

$$y' + \cos(x)y = 2xe^{-\sin(x)}, \qquad y(\pi) = 0.$$

$\boxed{2}$ Vis at

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!2^n} x^{2n}$$

er en løsning til initialverdiproblemet

$$y'' + xy' + y = 0, \qquad y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$$

$\boxed{3}$ Bruk Eulers metode med skrittlengde 1/3 til å estimere $y(1)$ for initialverdiproblemet

$$y' - 3xy = 1, \qquad y(0) = 0.$$

$\boxed{4}$ En melkekartong der temperaturen i melken var 6°C, ble stående på kjøkkenbenken i 2 timer. Da var temperaturen steget til 13°C. Lufttemperaturen i kjøkkenet var 20°C. Vi regner med at Newtons avkjølingslov gjelder, det vil si at temperaturendringen per tidsenhet i melken er proporsjonal med differansen mellom lufttemperaturen og temperaturen i melken.

**a)** Sett opp en differensialligning for temperaturen $T$ i melken som funksjon av tiden $t$, og vis at den har løsning av formen

$$T(t) = A + Be^{-\alpha t}$$

der $A$ er lufttemperaturen. Finn konstantene $B$ og $\alpha$.

**b)** Da temperaturen i melken var 15°C, ble kartongen satt inn i kjøleskapet. Etter 1 time var temperaturen i melken sunket til 12°C. Hva var temperaturen i kjøleskapet?

## Oppgaver med løsningsforslag

Regn ut integralene i oppgavene 1–3.

$\boxed{1}$ $\displaystyle\int \tan(x)\cos(x)\,dx$

$\boxed{2}$ $\displaystyle\int \frac{1+\cos^3(x)}{\cos^2(x)}\,dx$

$\boxed{3}$ $\displaystyle\int \frac{6(x-1)}{x^{4/3}}\,dx$

Løs ligningene i oppgavene 4–6.

$\boxed{4}$ $\displaystyle\frac{dy}{dx} = \frac{3y-1}{x}$

$\boxed{5}$ $\displaystyle\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x^2}$

$\boxed{6}$ $\displaystyle y(x) = 1 + \int_0^x \frac{(y(t))^2}{1+t^2}\,dt$

$\boxed{7}$ Finn en ligning for en kurve som passerer gjennom $(2, 3)$ og har stigning

$$\frac{2x}{1+y^2}.$$

$\boxed{8}$ La $y$ være gitt av differensialligningen $y' = x + y$ med initialbetingelsen $y(1) = 0$. Bruk Eulers forbedrede metode til å finne en tilnærming til $y(2)$ med $h = 0.2$, $h = 0.1$ og $h = 0.05$.

$\boxed{9}$ (Høst 2017.) Løs initialverdiproblemet

$$x^2y' + 2xy = \ln(x), \quad y(1) = 2,$$

der vi antar at $x > 0$.

$\boxed{10}$ (Høst 2018.) Løs initialverdiproblemet

$$(x^2+1)y' - \frac{x}{y} = 0, \quad y(0) = 2.$$