

## Anbefalte oppgaver uke 46

Høsten 2023

## Oppgaver til plenumsregning

- 1 Finn Taylorrekken til

$$f(x) = \ln(1 + 2x)$$

om  $x = 0$ . Hva er konvergensradien?

- 2 Avgjør for hvilke  $x$  potensrekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!2^n} x^{2n}$$

konvergerer, og finn et endelig uttrykk for summen til rekken.

- 3 Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{(1 - \cos(x))^2}$$

- 4 La  $|x| < 1$ . Vis ved integrasjon av den geometriske rekken

$$\frac{1}{1 - x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

at

$$\frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$$

- 5 Finn Taylorrekken om  $x = 0$  til funksjonen

$$\frac{e^{-x^2} - 1}{x^2}$$

Bruk denne rekken til å uttrykke integralet

$$I = \int_0^1 \frac{e^{-x^2} - 1}{x^2} dx$$

som en alternerende rekke. Finn en approksimasjon av  $I$  med en feil mindre enn  $10^{-2}$ .

## Oppgaver med løsningsforslag

- 1 Finn konvergensradius, -intervall og -sentrum for  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x-1)^n}{n^n}$ .

- 2 Hva konvergerer  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$  til?

I oppgavene 3 og 4, finn Taylorrekken til den gitte funksjonen om  $x = 0$ .

3  $\cos^2(x/2)$

4  $\int_0^x \cos(t^2) dt$

5 Finn en tilnærming til

$$\int_0^{1/2} \cos(t^2) dt$$

med tre korrekte desimaler.

6 Regn ut  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1 - x)^2}{x^2 - \ln(1 + x^2)}$ .

7 Avgjør om

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(1 + 2^n)(1 + n\sqrt{n})}$$

konvergerer.

8 For hvilke  $x$  konvergerer rekken nedenfor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5 - 2x)^n}{n}$$

9 Hva konvergerer rekken

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n-4}}{(2n-1)!}$$

til?