

## Anbefalte oppgaver uke 44

Høsten 2023

## Oppgaver til plenumsregning

1 La  $f(x)$  være en to ganger deriverbar funksjon med  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) = 2$  og  $f''(0) = 1$ . Finn taylorpolynomet av grad 2 til funksjonen  $g(x) = f(f(x))$  om punktet  $x = 0$ .

2 En kurve  $K$  i  $xy$ -planet har ligning

$$2e^{2x} - e^y = x^2y.$$

a) Vis at punktet  $(0, \ln(2))$  ligger på  $K$  og finn ligningen for tangenten til  $K$  i dette punktet.

b) Finn taylorpolynomet av grad 2,  $P_2(x)$ , om  $x = 0$  for funksjonen  $y = f(x)$  som er definert implisitt ved ligningen over.

3 Finn grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin^2(x) - 3x^2 + x^4}{x^6}.$$

4 Finn summen av rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}.$$

(Hint: Delbrøksoppspalt og skriv ut delsummene.)

5 Avgjør om følgende rekker konvergerer eller divergerer.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$

b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n+2}$

## Oppgaver med løsningsforslag

1 Skriv opp Taylors formel med Lagranges feilledd for  $f(x) = \ln(x)$ ,  $a = 1$  og  $n = 6$ .

2 Finn tredje ordens taylorpolynom til  $\cos(x)$  om  $x = \frac{\pi}{4}$ .

3 Bruk taylorpolynom til å finne grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x^3}.$$

4 Estimér  $\sqrt{61}$  ved å sette opp andre ordens taylorpolynom for  $\sqrt{x}$  om  $x = 64$ . Estimér feilen og finn et intervall du kan være sikker på inneholder den eksakte verdien.

I oppgavene 5 og 6, finn summen til rekkene.

5  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}$

6  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 + 2^n}{3^{n+2}}$

Avgjør om rekkene i oppgavene 7, 8 og 9 konvergerer.

$$\boxed{7} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2 + n + 1}$$

$$\boxed{8} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n))^3}$$

$$\boxed{9} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin(n)$$