

Interaktiv forelesning uke 40

Høsten 2023

- 1 La $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ være en partisjon av intervallet $[1, 2]$ med n like store delintervaller, der $x_0 = 1$ og $x_n = 2$, og la $f(x) = x^2 - 2x + 3$.

a) Finn et uttrykk for $\sum_{i=1}^n f(x_i)$. (Vink: $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.)

b) Bestem $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i)$.

c) Regn ut $\int_1^2 f(x) dx$.

- 2 Bruk substitusjon til å regne ut

$$\int_0^{\pi/6} \cos(3x) \sin^5(3x) dx.$$

- 3 Regn ut

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{2 + \frac{2i}{n}}.$$

- 4 a) Finn alle løsningene av ligningen $\cos(2x) = \sin(x)$ for $x \in [0, \pi]$.
(Vink: $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$.)

b) La $f(x) = \cos(2x)$ og $g(x) = \sin(x)$ og regn ut $\int_0^{\pi} (f(x) - g(x)) dx$.

- c) Finn arealet av flatestykkene som avgrenses av grafen til f og grafen til g .
(Vink: Symmetriegenskaper i de aktuelle grafene kan spare deg for litt regning.)

Hvordan henger dette arealet sammen med integralet du har regnet ut i b)?