

Interaktiv forelesning uke 37

Høsten 2023

- 1 Bestem verdien til konstantene k og m slik at funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + kx + m & \text{for } -\pi/2 < x < 0, \\ \tan(x) + \cos(x) & \text{for } 0 \leq x < \pi/2, \end{cases}$$

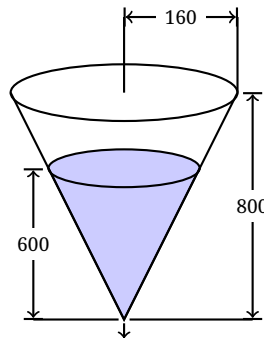
er deriverbar i punktet $x = 0$.

- 2 Vis at

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(\theta)}{\theta} = 1 \quad \text{og at} \quad \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\theta)}{\theta} = 0,$$

og bruk dette til å vise at den deriverte av $\sin(\theta)$ er $\cos(\theta)$. Hvorfor er det her en forutsetning at θ er gitt i radianer?

- 3 En vanntank har form som en kjegle med radius 160 cm og høyde 800 cm. Det renner vann ut av et lite hull i bunnen av tanken.



Bestem endringsraten til volumet med hensyn på høyden h når vannet står nøyaktig $h = 600$ cm over spissen i kjeglen?

- 4 La $f(x)$ være en deriverbar funksjon på et åpent intervall (a, b) , der $a, b \in \mathbb{R}$.

Bruk sekantsetningen (middelverditeoremet) til å vise at dersom $f'(x) > 0$ for alle $x \in (a, b)$, så er $f(x)$ strengt voksende på (a, b) .

Gjelder den motsatte implikasjonen? Altså, må det være slik at dersom $f(x)$ er strengt voksende på (a, b) , så må $f'(x) > 0$ for alle $x \in (a, b)$?