

Interaktiv forelesning uke 44

Høsten 2023

1 La

$$I = \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{4}}} \sin(t^2) dt.$$

- a) Finn en tilnærming til I ved å bruke Simpsons metode med $2n = 4$ delintervaller.
- b) Finn en tilnærming til I ved å bruke Taylorpolynomet av grad 3 til $f(x) = \sin(x)$ om $x = 0$.

2 Analysens fundamentalteorem sier at dersom f' er kontinuerlig, så er

$$f(x) - f(a) = \int_a^x f'(t) dt.$$

- a) La $u = f'(t)$ og $v = x - t$, bruk delvis integrasjon en gang på

$$\int_a^x f'(t) dt,$$

og sett resultatet inn i analysens fundamentalteorem. Hva får du da?

- b) Gjenta prosessen, men nå med $u = f''(t)$, og $v = (x - t)^2/2$. Hva får du da?
- c) Har du gjort b) riktig, sitter du igjen med leddet

$$\frac{1}{2} \int_a^x f'''(t)(x - t)^2 dt$$

på slutten. Hva er dette for noe?

3 Anta at en spretball som slippes rett ned, spretter opp $3/4$ av den opprinnelige høyden den ble sluppet fra. Anta at ballen kun beveger seg i vertikal retning. Hva er avstanden ballen vil bevege seg før den blir liggende stille når den slippes fra en høyde på 3 meter?

4 Vis at

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln(n))^2}$$

konvergerer, og at

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n)}$$

divergerer.