

Skriftlig innlevering 4

Høsten 2023

Innleveringsfrist: TORSDAG 23. november, kl. 16.00.

- 1 Vis at forholdstesten *ikke* kan avgjøre hvorvidt rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 17}$$

konvergerer eller divergerer. Bruk så en annen test til å avgjøre hvorvidt rekken konvergerer eller divergerer.

- 2 I denne oppgaven ser vi på rekken

$$\sum_{n=2}^{\infty} a_n$$

der

$$a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n}.$$

- a) Vis at $a_n a_{n+1} < 0$ for alle n (med andre ord at leddene alternerer) og at

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

- b) Vis at rekken divergerer. Hvorfor strider ikke dette mot testen for alternerende rekker?

- 3 Finn konvergensområdet og sum for rekken

$$\sum_{n=0}^{\infty} x(1 - x^2)^n.$$

Er summen en kontinuerlig funksjon? Svaret må begrunnes.

- 4 Niels Henrik er på vei for å holde en forelesning om elliptiske funksjoner på Gløshaugen. Han har ikke rukket å forberede seg skikkelig, så han bestemmer seg for å kjøpe en kopp kaffe for å gi ham et ekstra løft før han starter å forberede seg. I det han får kaffen sin ser han at det er 2 timer til forelesningen skal begynne.

Niels Henrik trenger minst 90 minutter til å gå over forelesningen sin for å finpusse de siste detaljene. Han er svært begeistret for kaffe og nekter å drikke kaffe som ikke holder ideell temperatur. Niels Henrik har fått med seg at ifølge forskere ved Universitetet i Texas er den ideelle temperaturen for kaffe 58°C . Han får vite av baristaen at kaffen han kjøpte er glovarm og holder 100°C . Ifølge baristaen blir kaffen lunken (37°C) etter 1 time. Temperaturen i alle rom på Gløshaugen den dagen er 21°C . Niels Henrik drikker opp kaffen med en gang den holder den ideelle temperaturen.

Rekker Niels Henrik å finpusse de siste detaljene til forelesningen sin før han holder forelesningen?

(Vink: Bruk Newtons avkjølingslov til å sette opp et initialverdiproblem og løs så det initialverdi-problemet.)