

Skriftlig innlevering 1

Høsten 2023

Innleveringsfrist: 22. september, kl. 16.00.

- 1 La følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ være gitt ved

$$a_{n+1} = 3 - \frac{1}{a_n},$$

der $a_1 = 1$.

Vis at følgen konvergerer og finn grenseverdien.

- 2 La $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ være en følge. Vis at

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \quad \iff \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

- 3 Bruk definisjonen av grenseverdi til å vise at

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^3 - x^2 - 20x + 4}{x^2 - 4} = 9.$$

(Vink: Prøv å forenkle uttrykket først.)

- 4 La $f(x)$ være en funksjon som er kontinuert for $x \in [a, b]$, to ganger deriverbar for $x \in (a, b)$, og der

$$f(a) = f(d) = f(b) \quad \text{for en } d \in (a, b).$$

- Vis at det da finnes en $c \in (a, b)$ slik at $f''(c) = 0$.
- Finn et eksempel på en funksjon $f(x)$ og et tilhørende intervall $[a, b]$ slik at resultatet over holder.