

Øvingsoppgaver, dag 4

Høst 2021

K2003, oppg. 4 La $f(x) = \sin x - x^3$.

- a) Vis at $f(x)$ har akkurat ett nullpunkt for $x > 0$.
- b) Finn Taylorpolynomet $P_3(x)$ av orden 3 om $x = 0$ til $f(x)$. Bruk $P_3(x)$ til å finne en tilnærming til det positive nullpunktet til $f(x)$.

H2012, oppg. 2 Avgjør om rekkene

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + 1/n}{n} \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 1/n}{n}$$

konvergerer. I tilfelle konvergens, avgjør om konvergensen er absolutt.

K2010, oppg. 6 For hvilke verdier av x konvergerer potensrekken

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{nx}{1+n} \right)^n$$

H2015, oppg. 4 La f være en fem ganger deriverbar funksjon som har

$$P_4(x) = 3 + 2x^2 + x^3 + 4x^4$$

som Taylor-polynom av grad 4 om $a = 0$.

- a) Finn $f'''(0)$.
- b) For hvilke x kan vi helt sikkert si at

$$|f(x) - P_4(x)| \leq 10^{-6}$$

når vi vet at $|f^{(5)}(x)| \leq 12$ for alle x ?

H2016, oppg. 7 Avgjør om de følgende rekkene er absolutt konvergente, betinget konvergente eller divergente.

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n + \ln n} \quad (ii) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n-1}{n^4} \quad (iii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n^2 - \arctan n}$$