

Øvingsoppgaver, dag 3

Høst 2021

K2004, oppg. 2a Løs initialverdiproblemet

$$y' = \frac{y^2}{x^2 + 1}, \quad y(0) = 1.$$

H2005, oppg. 2

- a) Vis at ligningen $\cosh x - 1 - x = 0$ har nøyaktig én løsning x^* i intervallet $(1, 2)$.
- b) Benytt Newtons metode til å beregne x^* med to desimaler.

H2013, oppg. 1 Løs initialverdiproblemet

$$y' - (2/x)y = x^2, \quad y(1) = 2.$$

K2014, oppg. 6b La funksjonen f være gitt ved $f(x) = \sqrt{1+x^3}$. For $0 \leq x \leq 2$ er $|f'''(x)| \leq 3/2$ (du behøver ikke å vise det). Bruk trapesmetoden for å finne tallet

$$I = \int_0^2 \sqrt{1+x^3} dx$$

med en feil mindre enn eller lik $1/16$.

H2016, oppg. 8 Bruk Simpsons metode med fire delintervaller til å finne tilnærminga S_4 til buelengden til grafen til $y = \sin x^2$ fra $x = 0$ til $x = 1$.

Utfordring:

H2005, oppg. 5 Et vassdrag skal behandles med giften Rotenon fordi en ønsker å bekjempe lakseparasitten *Gyrodactylus Salaris*. ELven som skal behandles, renner ut fra et lite tjern. Giften tilføres tjernet med en konstant rate på k kg pr. time i tre døgn. Vi antar at like mye vann flyter inn i tjernet som ut, og at tjernet har et konstant vannvolum på $100\,000 = 10^5$ liter. Vi antar at vi har fullstendig blanding av gift i vannet til enhver tid, og at elven har konstant vannføring på 1000 liter pr. time.

- a) Still opp en differensialligning for mengden $x(t)$ av Rotenon i tjernet ved tiden t målt i timer ($t \in [0, 72]$) fra behandlingen startet, og vis at løsningen er gitt ved

$$x(t) = 100k(1 - e^{-t/100}).$$

- b) For at behandlingen skal være virkningsfull må konsentrasjonen av gift i elven overstige 15 gram pr. liter. Hvor stor må tilførselsraten k være for at dette kan oppnås i løpet av tre døgn?