

Interaktiv forelesning uke 47

Høsten 2020

Læringsoppgaver

- 1 Løs initialverdi problemet

$$y' - (1 + x)y = 1 + x, \quad y(0) = 0.$$

- 2 En smittsom sykdom bryter ut i en befolkning på 2000. Endringsraten for antall smittede kan beskrives ved

$$\frac{dS}{dt} = 0.001 \cos\left(\frac{S\pi}{4200}\right) S(2000 - S) - 0.2S$$

hvor $S(t)$ er antall smittede ved tid t . Vi får opplyst at $S(0) = 1200$. Bruk Eulers metode med steglengde $h = 0.01$ for å finne tilnærmet antall smittede personer etter $t = 10$ dager.

- U En deriverbar funksjon f er definert for $x > 0$, og tilfredsstiller ligningen

$$[f(x)]^2 = \frac{1}{x} \int_1^x f(t) dt. \quad (*)$$

Vis at da må $y = f(x)$ også tilfredsstille differensialligningen

$$yy' = \frac{y - y^2}{2x}$$

der $x > 0$. Finn alle løsninger av (*).

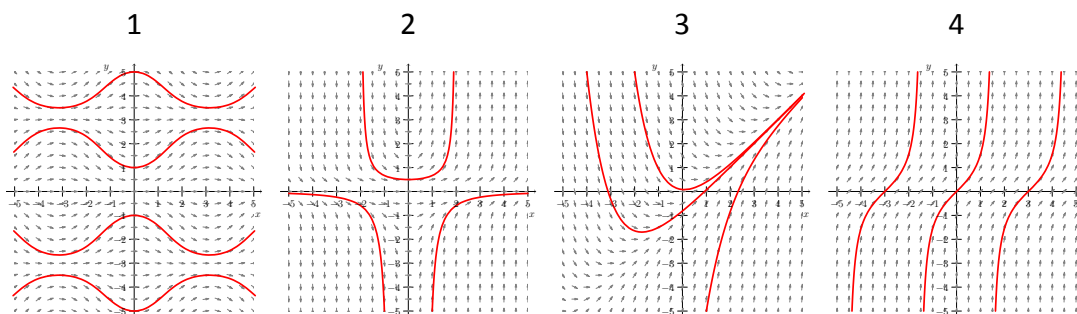
STACK-oppgaver

- 1 Koble differensialligningene

$$(i) \quad y' = 1 + y^2 \qquad (ii) \quad y' = x - y$$

$$(iii) \quad y' = \sin x \sin y \qquad (iv) \quad y' = xy^2$$

til figuren under.



- 2 Gitt initialverdi problemet

$$y' - (1 + x)y = 1 + x, \quad y(0) = 0.$$

Regn ut en numerisk løsning for $y(1)$ ved å bruke Eulers metode med steglengde $h = (1/2)^n$ for $n = 0, 1, \dots, 9$. Hvor stor må n være for at feilen $|y(1) - y_{\text{Euler}}(1)|$ er mindre enn 10^{-2} ?