

Interaktiv forelesning uke 43

Høsten 2020

Læringsoppgaver

- 1 La f være en seks ganger deriverbar funksjon som har

$$P_5(x) = 2 + x^2 + 2x^3 + x^5$$

som taylorpolynom av grad 5 om $a = 0$. Finn $f'''(0)$.

- 2 Analysens fundamentalteorem sier at dersom f' er kontinuerlig, så er

$$f(x) - f(a) = \int_a^x f'(t) dt.$$

- a) La $u = f'(t)$ og $v = x - t$, bruk delvis integrasjon en gang på

$$\int_a^x f'(t) dt,$$

og sett resultatet inn i analysens fundamentalteorem. Hva får du da?

- b) Gjenta prosessen, men nå med $u = f''(t)$, og $v = (x - t)^2/2$. Hva får du da?

- c) Har du gjort b) riktig, sitter du igjen med leddet

$$\frac{1}{2} \int_a^x f'''(t)(x - t)^2 dt$$

på slutten. Hva er dette for noe?

- U Bruk et taylorpolynom til $f(x) = e^x$ til å finne

$$\int_0^1 \frac{1 - e^{-t}}{t} dt$$

med en nøyaktighet på 10^{-3} .

STACK-oppgaver

- 1 Ligningen $x = \cos x$ har én løsning i intervallet $[0, 1]$. Finn en tilnærmet verdi for denne løsningen ved å erstatte $\cos x$ med sitt taylorpolynom av grad 2 om $x = 0$.

- 2 Finn grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin^2 x - 3x^2 + x^4}{x^6}.$$