

## Interaktiv forelesning uke 42

Høsten 2020

## Læringsoppgaver

1 I denne oppgaven ser vi på det bestemte integralet

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+2x}.$$

- a) Hvor liten steglengde  $h$  må vi ha for at midtpunktsmetoden anvendt på  $I$  skal gi en feil som er mindre enn  $10^{-10}$ ?
- b) Hvor liten steglengde  $h$  må vi ha for at Simpsons metode anvendt på  $I$  skal gi en feil som er mindre enn  $10^{-10}$ ?

2 En smittsom sykdom bryter ut i en befolkning på 2000. Endringsraten for antall smittede kan beskrives ved

$$\frac{dS}{dt} = kS(2000 - S) - bS$$

hvor  $S(t)$  er antall smittede ved tid  $t$ ,  $b$  er den daglige bedringsraten og  $k$  bestemmer andelen møter som er tilstrekkelig for at smitte overføres.

- a) La  $k = 0.001$  og  $b = 0.2$ . Avgjør hvor mange som er smittet i det endringsraten for antall smittede er 0 ved å bruke Newtons metode. Bruk  $S_0 = 1200$  som startverdi, og gjør tre iterasjoner.
- b) Finn den eksakte løsningen for a) og sammenlign med svaret du fikk i a). Hvor stor er feilen?
- c) Anta så at det innføres et smitteverntiltak i (ikke-lineær) takt med at antall smittede øker. Dette påvirker konstanten  $k$  slik at

$$k = a \cos\left(\frac{S\pi}{4200}\right).$$

Hvor mange smittede, når endringsraten er 0, ender vi opp med nå dersom  $a = 0.001$  og  $b = 0.2$ ?

U La  $f(x)$  være en to ganger deriverbar funksjon med kontinuerlig første og andre ordens derivert på  $[-1, 1]$ . Anta videre at

$$f(-1) < 0 < f(1), \quad f'(x) > 0 \quad \text{og} \quad f''(x) > 0.$$

Vis at  $f(x)$  har nøyaktig ett nullpunkt  $r$  på  $(-1, 1)$ , og at Newtons metode konvergerer til  $r$  dersom  $x_0 > r$ .

**STACK-oppgaver**

- 1 Funksjonen  $f(x) = x \ln(x) - 1$  har nøyaktig ett nullpunkt. Bruk Newtons metode med  $x_0 = 1.5$  til å finne en tilnærmet verdi  $x_*$  av dette nullpunktet slik at  $|f(x_*)| < 10^{-6}$ . Hva er minste antall iterasjoner du trenger i Newtons metode for å finne  $x_*$ ?
- 2 Finn fire tilnærmede verdier av integralet

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^3 - x + 1}$$

ved å bruke Simpsons metode med 2, 4, 6 og 8 delintervaller.