

## Skriftleg innlevering 3

Hausten 2020

**Innleveringsfrist: 30. oktober, kl. 16.00.**

- 1 Lat  $F$  vera flatestykket avgrensa av  $x$ -aksen,  $y$ -aksen, og grafen til funksjonen  $g(x) = b\sqrt{1 - (x/a)^2}$ ,  $0 \leq x \leq a$ , der  $a$  og  $b$  er positive konstantar.

a) Finn volumet  $V_1$  av lekamen gitt av  $F$  rotert om  $x$ -aksen.

b) Finn volumet  $V_2$  av lekamen gitt av  $F$  rotert om  $y$ -aksen.

c) Kva krav må konstantane  $a$  og  $b$  oppfylle for at dei to voluma skal vera like? Kva slags rota-sjonslekam har ein i dette tilfellet?

- 2 a) Vis at

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{5/3} + x^{2/3}} = \frac{3}{2} \int_0^1 \frac{dt}{1 + t^{3/2}}.$$

(Vink: Bruk substitusjonen  $t = x^{-2/3}$ .)

b) Bruk a) og Simpsons metode til å finna ei tilnærming  $S_{2n}$  av

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{5/3} + x^{2/3}}$$

med  $2n = 4$ .

- 3 Lat  $f(x) = \cos(x)$  for  $0 \leq x \leq \pi$ .

a) Vis at det finst eit tal  $c \in (1, \pi/2)$  sånn at  $(c, f(c))$  er punktet på grafen til  $y = f(x)$  som ligg nærast punktet  $(1, 0)$ .

(Vink: Finn minimumspunktet til den kvadrerte avstanden frå  $(x, y)$  til  $(1, 0)$ , det vil seie, minimer funksjonen  $g(x) = (x - 1)^2 + f(x)^2$ .)

b) Bruk Newtons metode til å finna ei tilnærming av  $c$  med fire siffers nøyaktigheit.

- 4 Bruk eit Taylorpolynom til å finna grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - (x - 1) + \frac{(x-1)^2}{2}}{(x - 1)^3}.$$