TMA4100 Matematikk 1

Anbefalte oppgaver uke 47

Høsten 2020

Oppvarming

$\boxed{1}$ Løs initialverdiproblemet

$$2y' = xy, \qquad y(0) = -2.$$

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ **a)** Løs initialverdiproblemet

$$y' = 1 - y^2, \qquad y(0) = 0.5$$

b) Løs initialverdiproblemet

$$y' + \cos(x)y = 2xe^{-\sin x}, \qquad y(\pi) = 0.$$

$\boxed{2}$ Vis at $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!2^n} x^{2n}$ er en løsning til initialverdiproblemet

$$y'' + xy' + y = 0, \qquad y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$$

$\boxed{3}$ Bruk Eulers metode med skrittlengde $1/3$ til å estimere $y(1)$ for initialverdiproblemet

$$y' - 3xy = 1, \qquad y(0) = 0.$$

$\boxed{4}$ En melkekartong der temperaturen i melken var 6°C, ble stående på kjøkkenbenken i 2 timer. Da var temperaturen steget til 13°C. Lufttemperaturen i kjøkkenet var 20°C. Vi regner med at Newtons avkjølingslov gjelder, det vil si at temperaturendringen per tidsenhet i melken er proporsjonal med differansen mellom lufttemperaturen og temperaturen i melken.

a) Sett opp en differensialligning for temperaturen T i melken som funksjon av tiden t, og vis at den har løsning av formen

$$T(t) = A + Be^{-\alpha t}$$

der A er lufttemperaturen. Finn konstantene B og α.

b) Da temperaturen i melken var 15°C, ble kartongen satt inn i kjøleskapet. Etter 1 time var temperaturen i melken sunket til 12°C. Hva var temperaturen i kjøleskapet?

Oppgaver med løsningsforslag

Regn ut integralene i oppgavene 1–3.

$\boxed{1}$ $\displaystyle\int \tan x \cos x \, dx$ $\qquad$ $\boxed{2}$ $\displaystyle\int \frac{1 + \cos^3 x}{\cos^2 x} \, dx$ $\qquad$ $\boxed{3}$ $\displaystyle\int \frac{6(x-1)}{x^{4/3}} \, dx$

Løs ligningene i oppgavene 4–6.

$\boxed{4}$ $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{3y-1}{x}$ $\boxed{5}$ $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{2y}{x} = \dfrac{1}{x^2}$ $\boxed{6}$ $y(x) = 1 + \displaystyle\int_0^x \frac{\left(y(t)\right)^2}{1+t^2}\,dt$

$\boxed{7}$ Finn en ligning for en kurve som passerer gjennom $(2, 3)$ og har stigning $\dfrac{2x}{1+y^2}$.

$\boxed{8}$ La y være gitt av differensialligningen $y' = x + y$ med initialbetingelsen $y(1) = 0$. Bruk Eulers forbedrede metode til å finne en tilnærming til $y(2)$ med $h = 0.2$, $h = 0.1$ og $h = 0.05$.